Lista de Exercícios
Revisão
Prof. João Capri

1. (Famema) Considere o sistema linear $\begin{cases} x+2y-z=4 \\ -x+y+2z=3 \\ x-y+az=b \end{cases}$, onde a e b são constantes reais.

Sobre esse sistema, assinale a afirmativa correta.
a) Se $a=-3$ e $b=-2$, então o sistema é impossível.
b) Se $a=-2$ e $b=-2$, então o sistema é possível indeterminado.
c) Se $a=-2$ e $b=-3$, então o sistema é impossível.
d) Se $a=-3$ e $b=-3$, então o sistema é possível determinado.
e) Se $a\neq-3$ e $b=-2$, então o sistema é possível determinado.

2. (Uepg) O centro estudantil de um colégio organizou uma semana de palestras para esclarecimentos sobre o coronavírus. O anfiteatro onde foram realizadas as palestras tinha 10 filas de poltronas distribuídas da seguinte forma: 12 poltronas na primeira fila; 17 poltronas na segunda fila; 22 poltronas na terceira fila; e assim sucessivamente. Considerando que, no sábado, todas as poltronas foram ocupadas e que ainda ficaram 30 pessoas em pé, assinale o que for correto.
01) No sábado, 345 pessoas participaram sentadas da palestra.
02) Na oitava fila do anfiteatro, no sábado, havia 47 pessoas.
04) 375 pessoas participaram da palestra no sábado.
08) O total de pessoas nas três últimas filas, no sábado, foi de 156.

3. (Uepg) O quadro abaixo mostra o desempenho do time CRP no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados por partida e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols. A partir do que foi exposto, assinale o que for correto.

Número de gols por partida	**Número de partidas**
0	4
1	9
2	8
3	11
4	4
6	2

01) A mediana é maior que a média do número de gols marcados.
02) A média do número de gols marcados pertence ao intervalo [2,3].
04) A moda do número de gols marcados é 3.
08) A mediana do número de gols marcados é 2.

4. (Ufms) Seja (a, b, c) uma progressão geométrica de números reais. Suponha que $a+b+c=26$ e $a^2+b^2+c^2=364$. Nessas condições, qual o valor de b?
a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 10.
e) 12.

5. (Ufms) Sejam θ e ρ, respectivamente, o argumento e o módulo do número complexo $z=-3\cdot\dfrac{\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}\cdot i}$. Nessas condições, a expressão $E=\sqrt{\rho}\cdot \text{tg}\theta$ vale:
a) – 3.
b) – 1.
c) 1/2.
d) 1.
e) 3.

6. (Famema) Sabendo-se que o número complexo $2+i$ é raiz do polinômio x^3+ax^2+bx-5, em que a e b são números reais, conclui-se que $a+b$ é igual a
a) 7.
b) 5.
c) 8.
d) 6.
e) 4.

7. (Ufms) Uma cerâmica da cidade de Três Lagoas comercializa 3 tipos de tijolos: T1, T2 e T3. A tabela a seguir indica pedidos de tijolos realizados por três clientes:

	T1	T2	T3
Cliente 1	5.000	2.000	3.000
Cliente 2	1.000	4.500	6.000
Cliente 3	2.500	4.000	5.500

Sabendo que o cliente 1, o cliente 2 e o cliente 3 pagaram por seus pedidos, respectivamente, a quantia de R$ 16.000,00, R$ 19.500,00 e R$ 20.000,00, é correto afirmar que:
a) o valor de cada unidade do tijolo T1 é R$ 2,00.
b) os três tipos de tijolo possuem o mesmo preço por unidade.
c) o valor de cada unidade do tijolo T3 é R$ 1,50.
d) a matriz formada pelos valores de cada unidade dos três tipos de tijolo é de ordem 1×3.
e) o valor de cada unidade do tijolo T2 é R$ 1,00.

8. (Uepg) Sabendo que "a" representa a solução da equação $\begin{vmatrix} 2 & x & x \\ -1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - \log_2 4$, assinale o que for correto.

01) Se $f(x) = ax + 2$ e $g(x) = x^2$ então $f(g(x)) = 0$ não admite raízes reais.
02) A solução da equação $\log_6(x^2 - x) = 1$ é $S = \{-2, a\}$.
04) A solução da equação exponencial $5^x = \frac{1}{125}$ é $S = \{-a\}$.
08) A soma dos coeficientes dos termos do binômio $(x + a)^4$ é 16.

9. (Uepg) As quantias, em reais, de seis pessoas estão em progressão aritmética. Considerando que a terceira pessoa tem R\$ 460,00 e a sexta pessoa tem R\$ 700,00, assinale o que for correto.

01) A primeira e a segunda juntas têm menos do que a sexta pessoa.
02) A média aritmética entre as quantias da primeira e da sexta pessoa é menor do que R\$ 450,00.
04) A quarta e a quinta juntas têm mais do que R\$ 1.100,00.
08) A soma das quantias das seis pessoas é R\$ 2.500,00.

10. (Uepg) Sobre progressão aritmética e geométrica, assinale o que for correto.

01) Sendo $(3x - 2, x - 1, 2x + 3)$ uma PA, então $x = -\frac{3}{7}$.
02) Em uma PG, o 1º termo vale $\frac{3}{125}$, o último termo vale 1875 e a razão é 5. Então, essa PG tem 8 termos.
04) A equação $x + 4x + 16x + \ldots + 1.024x = 1.365$ tem como solução $x = 1$.
08) Em uma PA, o 5º termo vale 10 e o 10º termo vale 5. Então o 1º termo é 14 e a razão é -1.

11. (Famema) Considere as matrizes $A = (a_{ij})_{2\times 3}$, com $a_{ij} = 2i - j$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ m^2 - 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 3m & 6 \end{pmatrix}$, sendo m um número real. Sabendo que $C = A \cdot B$, então $\det C$ é igual a

a) 0.
b) -12.
c) -8.
d) 6.
e) -4.

12. (Unioeste) Sendo A uma matriz quadrada e n um inteiro maior ou igual a 1, define-se A^n como a multiplicação de A por A, n vezes. No caso de A ser a matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ é correto afirmar que a soma $A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{39} + A^{40}$ é igual à matriz

a) $\begin{pmatrix} 20 & -20 \\ -20 & 20 \end{pmatrix}$.
b) $\begin{pmatrix} 40 & -20 \\ -20 & 40 \end{pmatrix}$.
c) $\begin{pmatrix} 0 & -40 \\ -40 & 0 \end{pmatrix}$.
d) $\begin{pmatrix} 40 & -40 \\ -40 & 40 \end{pmatrix}$.
e) $\begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$.

13. (Unioeste) Sabe-se que x, y e z são números reais. Se $(2x + 3y - z)^2 + (2y + x - 1)^2 + (z - 3 - y)^2 = 0$, então $x + y + z$ é igual a

a) 7.
b) 6.
c) 5.
d) 4.
e) 3.

14. (Unioeste) Considere os números complexos $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$. Assim, é correto afirmar que

a) se $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 1 - i$, então $z_1 z_2 = 3 - 2i$.
b) se $z_1 = 2 + 2i$, então $|z_1| = 2\sqrt{2}$.
c) $z_1 + z_2 = (a + d) + (b + c)i$.
d) a forma polar de $z_1 = -1 - 2i$ é $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{2}\right)$.
e) qualquer que seja z_1, tem-se que $z_1^4 = a^4 + b^4 i$.

15. (Unioeste) Considere o polinômio $p(x) = \det A$, onde

$$A = \begin{bmatrix} x & 2x & -x \\ -13 & 2x^2 & 15 \\ 0 & 2x & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

Se x_1, x_2 e x_3 são as raízes de p(x) e $a = x_1 + x_2 + x_3$, então é correto afirmar que a é igual a

a) 4.
b) 0.
c) $2 + 3i$.
d) $2 + 6i$.
e) -13.

16. (Unioeste) Quantos múltiplos de 13 existem entre 100 e 1000?
a) 65.
b) 80.
c) 69.
d) 49.
e) 67.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Tomando a matriz ampliada do sistema e escalonando, encontramos

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & a & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -3 & a+1 & b-4 \end{pmatrix}$$

$$L_2' \leftrightarrow 1 \cdot L_1 + L_2$$
$$L_3' \leftrightarrow (-1) \cdot L_1 + L_2$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & a+2 & b+3 \end{pmatrix}$$

$$L_3'' \leftrightarrow 1 \cdot L_2' + L_3'$$

Portanto, se $a \neq -2,$ o sistema é possível determinado; se $a = -2$ e $b = -3$ o sistema é possível indeterminado; e se $a = -2$ e $b \neq -3,$ então o sistema é impossível.

Resposta da questão 2:
01 + 02 + 04 + 08 = 15.

[01] Verdadeira. De fato, o número de pessoas sentadas no sábado é dado por

$$\left(\frac{2 \cdot 12 + 9 \cdot 5}{2}\right) \cdot 10 = 345.$$

[02] Verdadeira. Com efeito, pois $a_8 = 12 + 7 \cdot 5 = 47.$

[04] Verdadeira. De fato, pois $345 + 30 = 375.$

[08] Verdadeira. Com efeito, pois

$$\begin{aligned} a_8 + a_9 + a_{10} &= 3 \cdot (a_8 + r) \\ &= 3 \cdot (47 + 5) \\ &= 156. \end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
02 + 04 + 08 = 14.

Considere a tabela.

x_i	f_i	f_{ac}	$x_i \cdot f_i$
0	4	4	0
1	9	13	9
2	8	21	16
3	11	32	33
4	4	36	16
6	2	38	12
	$\sum f_i = 38$		$\sum x_i \cdot f_i = 86$

Os termos centrais são os de ordem $\frac{38}{2} = 19$ e $\frac{38}{2} + 1 = 20.$ Logo, como tais termos são iguais a $2,$ segue que a mediana é $\frac{2+2}{2} = 2.$

A média aritmética do número de gols marcados é dada por

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{86}{38} \\ &\cong 2{,}26. \end{aligned}$$

A moda de gols marcados é igual a 3 gols, uma vez que 3 é o número de gols com maior frequência.

[01] Falsa. Como vimos, a mediana é menor do que a média $(2 < 2{,}26).$

[02] Verdadeira. De fato, pois $2{,}26 \in [2, 3].$

[04] Verdadeira. Com efeito, de acordo com o que mostramos acima.

[08] Verdadeira. De fato, conforme vimos anteriormente.

Resposta da questão 4:
[B]

Elevando a primeira relação ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned} &(a+b+c)^2 = 26^2 \\ &a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) = 676 \\ &364 + 2(ab+ac+bc) = 676 \\ &ab+ac+bc = 156 \end{aligned}$$

Como $ac = b^2$, chegamos a:

$$\begin{aligned} &ab + b^2 + bc = 156 \\ &b(a+b+c) = 156 \\ &b \cdot 26 = 156 \\ &\therefore b = 6 \end{aligned}$$

Resposta da questão 5:
[B]

Reescrevendo o número z, temos:

$$z = \frac{-3\sqrt{3} - 3i}{1 + \sqrt{3}i} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-3\sqrt{3} + 9i - 3i - 3\sqrt{3}}{1 - 3i^2}$$

$$z = \frac{-6\sqrt{3} + 6i}{4} = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

Logo:

$$\rho=\sqrt{\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{27}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{6}{2}=3$$

$$\cos\theta=\frac{\frac{-3\sqrt{3}}{2}}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{\frac{3}{2}}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Portanto, a expressão E vale:

$$E=\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=-1$$

Resposta da questão 6:
[E]

Se $2+i$ é raiz, então $2-i$ também é raiz e, portanto, temos

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+bx-5&=(x-r)(x-2-i)(x-2+i)\\ &=x^3+(-r-4)x^2+(4r+5)x-5r, \end{aligned}$$

com r sendo a terceira raiz do polinômio.
Em consequência, vem $a=-r-4,$ $b=4r+5$ e $r=1.$

A resposta é

$$\begin{aligned} a+b&=-r-4+4r+5\\ &=3r+1\\ &=4. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[C]

Sejam x, y e $z,$ respectivamente, os preços unitários dos tijolos dos tipos $T1, T2$ e $T3.$ Desse modo, o sistema linear que expressa os totais gastos pelos três clientes é dado por

$$\begin{pmatrix} 5000 & 2000 & 3000\\ 1000 & 4500 & 6000\\ 2500 & 4000 & 5500 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16000\\ 19500\\ 20000\end{pmatrix}$$

É imediato que a ordem da matriz $\begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ é igual a $3\times 1.$

Resolvendo o sistema, encontramos

$$\begin{cases} 5000x+2000y+3000z=16000\\ 1000x+4500y+6000z=19500\\ 2500x+4000y+5500z=20000 \end{cases}\sim\begin{cases} 2x+9y+12z=39\\ 5x+2y+3z=16\\ 5x+8y+11z=40 \end{cases}$$

$$\sim\begin{cases} 2x=3\\ 20x-y=28\\ z=\frac{12-3y}{4} \end{cases}$$

$$\sim\begin{cases} x=R\$\ 1{,}50\\ y=R\$\ 2{,}00\\ z=R\$\ 1{,}50 \end{cases}.$$

Portanto, segue que o valor de cada unidade do tijolo do tipo $T3$ é $R\$\ 1{,}50.$

Resposta da questão 8:
01 + 02 + 04 = 07.

Valor de a:

$$\begin{vmatrix} 2 & x & x\\ -1 & -2 & -1\\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}=8-\log_2 4$$

$$-8-3x-x-(-6x-2-2x)=8-2$$

$$4x-6=6$$

$$\therefore x=a=3$$

[01] Verdadeira. Para a = 3, temos:

$$f(g(x))=3x^2+2$$

$$3x^2+2=0$$

$$x^2=-\frac{2}{3}$$

Portanto, f(g(x)) = 0 não admite raízes reais.

[02] Verdadeira. Resolvendo:

$$\log_6(x^2-x)=1$$

$$x^2-x=6^1$$

$$x^2-x-6=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm 5}{2}$$

$$x=-2 \text{ ou } x=3$$

$$\therefore S=\{-2, 3\}$$

[04] Verdadeira. Resolvendo:

$$5^x=\frac{1}{125}$$

$$5^x=5^{-3}$$

$$x=-3$$

$$\therefore S=\{-3\}$$

[08] Falsa. Fazendo x = 1, obtemos a soma dos coeficientes do binômio:

$$(1+3)^4=256$$

Resposta da questão 9:
01 + 04 = 05.

Seja $(a_1, a_2, 460, a_4, a_5, 700)$ a progressão aritmética. Logo, se r é a razão, então
$700 = 460 + 3r \Leftrightarrow r = 80.$

Portanto, segue que
$(a_1, a_2, 460, a_4, a_5, 700) = (300, 380, 460, 540, 620, 700)$

[01] Verdadeira. De fato, pois $300 + 380 < 700.$
[02] Falsa. Na verdade, temos $\dfrac{300+700}{2} = 500 > 450.$
[04] Verdadeira. Com efeito, pois
$540 + 620 = 1160 > 1100.$
[08] Falsa. Na verdade, sabemos que a soma das seis quantias é
$\left(\dfrac{300+700}{2}\right)\cdot 6 = 3000.$

Resposta da questão 10:
02 + 04 + 08 = 14.

[01] INCORRETA. Calculando:
$(3x-2,\ x-1,\ 2x+3)$
$x-1-(3x-2) = 2x+3-(x-1) \Rightarrow x-1-3x+2 = 2x+3-x+1 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1$

[02] CORRETA. Calculando:
$n-1 = x$
$1875 = \dfrac{3}{125}\cdot 5^x \Rightarrow 3\cdot 5^4 = \dfrac{3}{5^3}\cdot 5^x \Rightarrow 5^x = 5^7 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow n = 8$

[04] CORRETA. Calculando:
$x + 4x + 16x + \ldots + 1.024x = 1.365$
$PG \Rightarrow 1, 4, 16, 64, 256, 1024 \Rightarrow S_6 = 1365$

[08] CORRETA.
$$\begin{cases} 10 = a_1 + (5-1)\cdot r \\ 5 = a_1 + (10-1)\cdot r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10 = -a_1 - 4r \\ 5 = a_1 + 9r \end{cases} \Rightarrow -5 = 5r \Rightarrow r = -1 \Rightarrow$$

Resposta da questão 11:
[B]

Tem-se que
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot1-1 & 2\cdot1-2 & 2\cdot1-3 \\ 2\cdot2-1 & 2\cdot2-2 & 2\cdot2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Logo, vem
$$C = A\cdot B \Leftrightarrow$$
$$\begin{pmatrix} -m & 0 \\ 3m & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ m^2-1 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$
$$\begin{pmatrix} -m & 0 \\ 3m & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m^2+2 & 0 \\ m^2+2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Portanto, para que a igualdade seja satisfeita, devemos ter
$$\left|\begin{matrix} m^2-2 = m \\ m^2+2 = 3m \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{matrix} m^2-m-2 = 0 \\ m^2-3m+2 = 0 \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{matrix} m = -2 \text{ ou } m = 2 \\ m = 1 \text{ ou } m = 2 \end{matrix}\right..$$

Desse modo, podemos concluir que $m = 2$ e, assim, a resposta é
$$\det C = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = -12.$$

Resposta da questão 12:
[A]

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

A partir daí pode-se observar que A elevada a expoente ímpar resulta em $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e A elevada a expoente par resulta em $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. A soma pedida poderá ser representada por:

$$A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{39} + A^{40} = 20\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 20\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & -20 \\ -20 & 20 \end{pmatrix}.$$

Resposta da questão 13:
[D]

Para que a soma de quadrados seja zero, devemos ter:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 2y + x - 1 = 0 \\ z - 3 - y = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema temos:
$x = 0,\ y = 1/2$ e $z = 7/2.$

Logo, $x + y + z = 4.$

Resposta da questão 14:
[B]

[A] **Falsa**, pois $z_1 \cdot z_2 = 3 - 3i + 2i - 2i^2 = 5 - i.$

[B] **Verdadeira**, pois $|z_1| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

[C] **Falsa**, pois $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i.$

[D] **Falsa**, pois $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right) = 2i.$

[E] **Falsa**, pois $z_1{}^4 = (a + bi)^4.$

Resposta da questão 15:
[A]

$$\left|\begin{matrix} x & 2x & -x \\ -13 & 2x^2 & 15 \\ 0 & 2x & \frac{1}{2} \end{matrix}\right|\begin{matrix} x & 2x \\ -13 & 2x^2 \\ 0 & 2x \end{matrix}$$

$P(x) = x^3 + 26x^2 - 30x^2 + 13x$

$P(x) = x^3 - 4x^2 + 13x = 0$

Logo, a soma das raízes será:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{(-4)}{1} = 4.$$

Resposta da questão 16:
[C]

Os múltiplos de 13 entre 100 e 1000 formam a P.A. de razão 13 a:

(104, 26, 39,..., 988)

Admitindo que n é o número de termos da P.A., temos:

$$988 = 104 + (n - 1) \cdot 13$$
$$988 - 104 = (n - 1) \cdot 13$$
$$884 = (n - 1) \cdot 13$$
$$n - 1 = 68$$
$$n = 69$$