

Revisão UEM

Prof. João Capri

1. João queria abrir um pequeno negócio e para isso necessitava de um empréstimo de R\$100.000,00. Uma instituição financeira lhe propôs um empréstimo com taxa de juros anuais de 10%, com prazo de 5 anos. A dívida deveria ser quitada em pagamento único ao final do quinto ano, e os juros seriam calculados ao final de cada ano no sistema de juros compostos. O pai de João propôs emprestar ao filho o mesmo montante, com o mesmo prazo de 5 anos, a uma taxa de juros de 1% ao mês, no sistema de juros simples. A dívida para com o pai também seria paga ao final do prazo. Em relação às situações descritas, assinale o que for correto.

Considere: $(1,1)^2 = 1,21$; $(1,1)^3 = 1,331$; $(1,1)^4 = 1,4641$ e $(1,1)^5 = 1,61051$.

- 01) A taxa de juros anual da proposta do pai de João é igual à taxa de juros anual proposta pela instituição financeira.
- 02) Se João optasse pela proposta da instituição financeira, então, ao final do primeiro ano, sua dívida seria de R\$121.000,00.
- 04) Se João optasse pela proposta do pai, então, ao final do terceiro ano, sua dívida seria de R\$136.000,00.
- 08) Se o prazo do empréstimo fosse de 4 anos em vez de 5 em ambas as propostas, João pagaria mais juros se aceitasse a proposta do pai.
- 16) Ao final do prazo de 5 anos, a diferença entre os juros cobrados pela instituição financeira e os cobrados pelo pai de João seria inferior a R\$1.000,00.

2. Considere o sistema linear $S = \begin{cases} ax + 5y + 3z = d \\ 2x + by + z = e \\ x + y + cz = f \end{cases}$,

formado por 3 equações e 3 incógnitas de coeficientes reais. Assinale o que for correto.

- 01) Se $d = e = f = 0$, então o sistema S é possível para quaisquer valores de a , b e c .
- 02) Se $a = b = c = 0$ e $d = e = f = 1$, então o sistema é possível e indeterminado.
- 04) Se considerarmos $c = 0$, então a terceira equação descreverá uma reta no plano $O_{x,y}$, para qualquer valor de f .
- 08) Se $a = c = 0$, então a matriz dos coeficientes não é inversível, independentemente da escolha dos valores de b, d, e e f .
- 16) Independentemente dos valores fixados para a e d , a primeira equação descreve um plano no espaço $O_{x,y,z}$.

3. Considere os polinômios

$p(x) = (m^2 + 1)x^2 - x + m + 1$ e $q(x) = (m + 2)x^2 + mx$, com m um número real fixado. Assinale o que for correto.

- 01) Os polinômios p e q são iguais se $m = -1$.
- 02) $x = 0$ é raiz do polinômio q para qualquer valor de m .
- 04) O grau dos polinômios p e q é 2 para todo valor de m .
- 08) O gráfico da função polinomial real f a valores reais dada por $f(x) = p(x)$ é uma parábola, independentemente do valor de m .
- 16) Para $m = 1$, temos que $q(3) = 30$.

4. Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 9 & 5 \end{pmatrix}$ e

$B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ e assinale o que for correto.

- 01) A e B são matrizes quadradas.
- 02) Os determinantes de A e B são iguais.
- 04) O determinante de toda matriz triangular superior de ordem 3 é igual ao produto dos elementos da sua diagonal principal.
- 08) Nem a soma nem a multiplicação das matrizes A e B serão possíveis.
- 16) Se a matriz C for construída substituindo-se na matriz A os termos a_{11} , a_{12} , a_{21} e a_{22} pela matriz B , então $\det(C) = 5 \cdot \det(B)$.

5. Assinale o que for correto.

- 01) Se o máximo divisor comum entre dois números inteiros é igual a 1, então um desses dois números é par, e o outro é ímpar.

02) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

04) $\sqrt{5 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{10}$.

- 08) Para quaisquer dois números reais positivos p e q ,

$$\left(\frac{p + \sqrt{q}}{2}\right)^2 - \left(\frac{p - \sqrt{q}}{2}\right)^2 = p\sqrt{q}.$$

- 16) Se n é um número inteiro ímpar não nulo, então

$$\frac{(\sqrt{5}^n + \sqrt{5}^{-n})(\sqrt{5}^n - \sqrt{5}^{-n})}{(5^n - 5^{-n})}$$
 é um número

irracional.

6. Em um determinado estádio, há arquibancadas cobertas e descobertas. Em uma partida de futebol nesse estádio, o público total que pagou ingresso foi de 28.260, e o público da arquibancada descoberta foi o dobro do público presente na arquibancada coberta.

Do total de pagantes, $\frac{1}{4}$ dos que compraram ingresso para a arquibancada descoberta pagou meia-entrada, e $\frac{1}{6}$ dos que compraram ingresso para a

arquibancada coberta pagou meia-entrada. Com base nessas informações, assinale o que for correto.

- 01) Na arquibancada coberta havia mais de 10.000 pessoas.
- 02) Mais de 4.000 pessoas da arquibancada descoberta pagou meia-entrada.
- 04) Mais de 2.000 pessoas da arquibancada coberta pagou meia-entrada.
- 08) Mais de 20% do público pagante pagou meia-entrada.
- 16) Se o valor do ingresso da arquibancada coberta era R\$100, então a arrecadação naquele setor foi superior a R\$800 mil.

7. Assinale o que for correto.

- 01) Uma P.A. em que $a_7 = 3a_1$ e $a_4 = 6$ tem razão igual a 1.
- 02) Se x , y e z são, nessa ordem, três termos consecutivos de uma P.G., então $y^2 = xz$.
- 04) A sequência definida recursivamente como $a_1 = 10$ e $a_{n+1} = \frac{3a_n + 8}{6}$ é uma P.A. de razão $\frac{4}{3}$.
- 08) Há um inteiro k tal que o k -ésimo termo da P.A. (2, 7, 12, ...) e o k -ésimo termo da P.A. (552, 532, 512, ...) são iguais.
- 16) A sequência definida por $a_n = 3^{2-n}$ é uma P.G. de razão negativa.

8. Considere as matrizes quadradas $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ de ordem 2 e as matrizes quadradas $C =$

(C_{ij}) e $D = (d_{ij})$ de ordem n cujas leis de formação são dadas por:

$$C_{ij} = \begin{cases} i+j, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \text{ e } d_{ij} = \begin{cases} i, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Assinale o que for correto.

- 01) $A \cdot B = B \cdot A$.
- 02) A matriz A^2 é igual à transposta da matriz B^2 .
- 04) $C = 2D$.
- 08) A soma dos elementos da diagonal principal de C é igual a $n^2 + n$.
- 16) Para todo n , $\det(C) = 2^n$.

9. Assinale o que for correto.

01) O polinômio $x^4 - 7x^2 + 6x$ é divisível pelo polinômio $x^2 - x$.

02) Há um polinômio $p(x)$ de grau 1 tal que $(x^2 + x)p(x) = x^3 + 3x^2 - x$.

04) Há um polinômio de grau 3, com coeficientes reais, cujas raízes são $1+i$, $1-i$ e i , que i é a unidade imaginária.

08) Se $p(x) = ax^2 + 3x + 1$ e $q(x) = bx^2 - x + 5$ são polinômios de grau 2, tais que $p(3) + q(3) = 12$, então $p(x) + q(x)$ é um polinômio de grau 1.

16) Se $q(x) = (p(x) - 1)(2x^3 + 5x^2 - 1) + r(x)$, em que $p(x)$ e $q(x)$ são polinômios e 2 é uma raiz de $p(x)$, então $q(2) - r(2) = -20$.

10. Considere uma sequência infinita de quadrados $T_1, T_2, T_3, T_4, \dots$ em que o quadrado T_1 tem lado medindo 3cm, o quadrado T_2 tem lado medindo 7cm, o quadrado T_3 tem lado medindo 11cm, o quadrado T_4 tem lado medindo 15cm, e assim por diante. Em relação aos quadrados $T_1, T_2, T_3, T_4, \dots$, assinale o que for correto.

01) O lado do quadrado T_n mede $(4n + 3)$ cm.

02) A diagonal do quadrado T_n mede $(\sqrt{4n-1})$ cm.

04) A soma das medidas dos lados dos quadrados $T_1, T_2, T_3, T_4, \dots, T_{100}$ é igual a 20.100cm².

08) A área do quadrado T_n é igual a $(16n^2 - 8n + 1)$ cm².

16) Se a área do quadrado T_n é denotada por A_n , então a sequência $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ é uma PG

11. Um sistema linear $m \times n$ é um conjunto de m equações lineares com n incógnitas. Por exemplo,

$$S = \begin{cases} x - y = 1 \\ x - z = 2 \\ 2x - y - z = 4 \end{cases} \text{ é um sistema linear } 3 \times 3.$$

Sobre sistemas lineares e sobre o sistema S , assinale o que for correto.

01) S é um sistema possível e indeterminado.

02) A tripla ordenada $(2, 1, 0)$ é solução do sistema S .

04) A matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ é a matriz dos coeficientes

de S .

08) Se a matriz dos coeficientes de um sistema linear 3×3 é inversível, então o sistema possui uma única solução.

16) Se no lugar dos valores 1, 2 e 4 tivéssemos apenas 0, formando um sistema homogêneo, então S seria possível e determinado.

12. Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Assinale o que for correto.

- 01) $A \cdot B$ é uma matriz triangular.
02) É possível calcular $A \cdot C$, mas não é possível calcular $C \cdot A$.
04) $A + 2 \cdot C + B$ é uma matriz diagonal.

08) A matriz C somada com a matriz coluna $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ é igual à matriz A .

16) $A \cdot B = B \cdot A$.

13. Assinale o que for correto.

- 01) A média aritmética dos divisores positivos de 12 é um divisor de 12.
02) O mínimo múltiplo comum de quaisquer dois números naturais, distintos e maiores que 1, é um número composto.
04) O máximo divisor comum de quaisquer dois números naturais, ímpares e maiores que 1, é um número primo.
08) A quantidade de divisores positivos de 360 é 50% maior que a quantidade de divisores positivos de 180.
16) A interseção do conjunto dos divisores e do conjunto dos múltiplos de um número natural não nulo é um conjunto não vazio.

14. Assinale o que for correto.

- 01) $80\sqrt{3} \geq 120$.
02) A medida da diagonal de qualquer quadrado é um número irracional.
04) O volume de uma esfera de raio 1 é uma dízima não periódica.
08) $\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$ 2 é um número natural.
16) Se $1\text{km} = 1000\text{m}$, então $5 \times 10^8 \text{km}^2 = 5 \times 10^{16} \text{m}^2$.

15. Para cada número real $x \neq 0$, definimos a matriz

$$A(x) = \begin{pmatrix} -x-1 & \frac{1}{x} \\ -x & x+1 \end{pmatrix}.$$

Assinale o que for correto.

- 01) $A(-1) = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.
02) Para todo número real $x \neq 0$,

$$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

04) Para todo número real $x \neq 0$,

$$(A(x))^2 = \begin{pmatrix} x^2 + 2x & 0 \\ 0 & x^2 + 2x \end{pmatrix}.$$

08) Para todo x pertencente ao intervalo aberto $] -2, 0[$ temos $\det A(x) > 0$.

16) Para todo número real $x \neq 0$, $\det A(x) = \det A(-x)$.

16. Uma fazenda produziu no ano de 2021 um total de 45 mil toneladas de alimentos. Dessa produção, 64% foram de grãos, dos quais 70% foram de soja. Os demais 36% da produção foram da seguinte forma: $\frac{2}{3}$

de raízes tuberculosas e $\frac{1}{3}$ de alimentos lácteos. Em

relação a esses dados, assinale o que for correto.

- 01) A soja representou 50% da produção total.
02) As raízes tuberculosas representaram mais de 66% dos alimentos que não são grãos.
04) Se cada quilograma de alimento lácteo foi vendido a 2 reais, então o faturamento com esse tipo de alimento foi superior a 10 milhões de reais.
08) A produção de grãos que não eram de soja foi superior a 7 mil toneladas.
16) Se a mandioca representou 75% da produção de raízes tuberculosas produzidas, então a fazenda produziu mais de 8 mil toneladas de mandioca.

17. Assinale o que for correto.

- 01) Existe um quadrado em que as medidas de um de seus lados, da sua diagonal e da sua área são 3 termos consecutivos de uma PG.
02) Não existe um cubo em que as medidas de uma de suas arestas, da área de uma de suas faces e do seu volume, são 3 termos consecutivos de uma PA.
04) Se o volume de água em um reservatório dobra de hora em hora e se esse reservatório está cheio à meia-noite, então ao meio-dia a água ocupará a metade do volume total desse reservatório.
08) Entre 25 e 575 há 65 números cujo algarismo das unidades é igual a 4.
16) A soma S_n dos n primeiros termos de uma PA é uma função quadrática na variável n .

18. Assinale o que for **correto**.

- 01) Os números complexos $-3i$ e $3i$ são raízes do polinômio $x^3 - 4x^2 + 9x - 36$.
- 02) O polinômio $2x^3 - 13x^2 + 16x - 5$ é divisível por $x - 5$.
- 04) A soma das raízes do polinômio $(x+11) \cdot (x+8) \cdot (x+5) \cdot (x+2) \cdot \dots \cdot (x-31)$ é igual a 100.
- 08) Se $p(x)$ é um polinômio de grau ímpar, então, para todo número natural par $n > 0$, o polinômio $(p(x))^n$ tem grau par.
- 16) O resto da divisão do polinômio $8x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 14x - 1$ pelo polinômio $2x^2 + 3$ é igual a $4x^2 + 1$.

19. Assinale o que for **correto**.

- 01) Se reduzirmos os lados de um quadrado em 20%, então sua área será reduzida em pelo menos 40%.
- 02) Se aumentarmos os lados de um retângulo (que não é quadrado) em 25%, então sua diagonal aumentará em exatamente 25%.
- 04) Há esferas cujos volumes são números racionais.
- 08) Há um pentágono convexo que tem três ângulos internos medindo 100° e dois ângulos internos medindo 125° .
- 16) Se bombearmos água para dentro de um reservatório inicialmente vazio, com capacidade de 1m^3 , a uma taxa constante de 4L/s , então após quatro minutos esse reservatório estará totalmente cheio.

20. Considere as matrizes quadradas $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$, $C = (c_{ij})$ e $D = (d_{ij})$, todas de ordem 2, em que $a_{ij} = i^2 - j^2$, $b_{ij} = (i - j)^2$, $c_{ij} = i^2 + j^2$, $d_{ij} = (i + j)^2$. Assinale o que for **correto**.

- 01) Nenhuma das matrizes A , B , C e D é invertível.
- 02) Todas as entradas da matriz $D - C$ são números pares.
- 04) Todas as entradas da matriz $\frac{1}{2}(A + C)$ são números pares.
- 08) $B + D = 2C$.
- 16) $B^t = B$, ou seja, B é igual a sua transposta.

Gabarito:

Resposta da questão 1:

$$04 + 08 = 12.$$

Resposta da questão 2:

$$01 + 04 + 16 = 21.$$

Resposta da questão 3:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

Resposta da questão 4:

$$01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31.$$

Resposta da questão 5:

$$02 + 08 = 10.$$

Resposta da questão 6:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

Resposta da questão 7:

$$01 + 02 + 08 = 11.$$

Resposta da questão 8:

$$02 + 04 + 08 = 14.$$

Resposta da questão 9:

$$01 + 08 = 09.$$

Resposta da questão 10:

$$08.$$

Resposta da questão 11:

$$08.$$

Resposta da questão 12:

$$01 + 02 = 03.$$

Resposta da questão 13:

$$02 + 16 = 18.$$

Resposta da questão 14:

$$01 + 04 + 08 = 13.$$

Resposta da questão 15:

$$04 + 08 = 12.$$

Resposta da questão 16:

$$02 + 04 + 08 + 16 = 30.$$

Resposta da questão 17:

$$01 + 16 = 17.$$

Resposta da questão 18:

$$01 + 02 + 08 = 11.$$

Resposta da questão 19:

$$02 + 04 = 06.$$

Resposta da questão 20:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

Gabarito:

Resposta da questão 1:

$$04 + 08 = 12.$$

[01] Falsa. A taxa de juros anual do pai de João é de $12 \cdot 1\% = 12\%$.

[02] Falsa. Montante da dívida após 1 ano com a instituição financeira:

$$M = C(1+i)^t$$

$$M = 100000(1+0,1)^1$$

$$M = \text{R\$ } 110.000,00$$

[04] Verdadeira. Montante da dívida após 3 anos com o pai:

$$M = C(1+it)$$

$$M = 100000(1+0,01 \cdot 3 \cdot 12)$$

$$M = 100000 \cdot 1,36$$

$$M = \text{R\$ } 136.000,00$$

[08] Verdadeira. Juros pagos à instituição financeira após 4 anos:

$$J = M - C = C[(1+i)^t - 1]$$

$$J = 100000[(1+0,1)^4 - 1]$$

$$J = 100000[1,4641 - 1]$$

$$J = \text{R\$ } 46.410,00$$

Juros pagos ao pai após 4 anos:

$$J = Cit$$

$$J = 100000 \cdot 0,01 \cdot 4 \cdot 12$$

$$J = \text{R\$ } 48.000,00$$

Portanto, João pagaria mais juros se aceitasse a proposta do pai.

[16] Falsa. Juros pagos à instituição financeira após 5 anos:

$$J = M - C = C[(1+i)^t - 1]$$

$$J = 100000[(1+0,1)^5 - 1]$$

$$J = 100000[1,61051 - 1]$$

$$J = \text{R\$ } 61.051,00$$

Juros pagos ao pai após 5 anos:

$$J = Cit$$

$$J = 100000 \cdot 0,01 \cdot 5 \cdot 12$$

$$J = \text{R\$ } 60.000,00$$

Diferença entre os juros pagos:

$$\text{R\$ } 61.051,00 - \text{R\$ } 60.000,00 = \text{R\$ } 1.051,00$$

Resposta da questão 2:

$$01 + 04 + 16 = 21.$$

[01] Verdadeira. Com $d = e = f = 0$, o sistema se torna homogêneo, o que faz com que ele admita a solução trivial ($x = y = z = 0$) para quaisquer valores de a , b e c .

[02] Falsa. Para os valores dados, teremos:

$$\begin{cases} 5y + 3z = 1 \\ 2x + z = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + z = 1 \\ 5y + 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ -2y + z = -1 \\ 5y + 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ -2y + z = -1 \\ 11z = -3 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = \left(\frac{7}{11}, \frac{4}{11}, -\frac{3}{11} \right)$$

Ou seja, o sistema é possível e determinado.

[04] Verdadeira. Para $c = 0$, teremos $x + y = f$, o que descreve uma reta no plano $O_{x,y}$ para qualquer valor de f .

[08] Falsa. Se $a = c = 0$, teremos:

$$\begin{cases} 5y + 3z = d \\ 2x + by + z = e \\ x + y = f \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 5 & 3 \\ 2 & b & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 5 + 6 - (3b + 0 + 0) = 11 - 3b$$

Dessa forma, a matriz não é inversível apenas para:

$$11 - 3b = 0 \Rightarrow b = \frac{11}{3}$$

[16] Verdadeira. A equação $ax + 5y + 3z = d$ descreve um plano no espaço $O_{x,y,z}$.

Resposta da questão 3:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

[01] Falsa. Se $m = -1$, teremos:

$$p(x) = ((-1)^2 + 1)x^2 - x + (-1) + 1 = 2x^2 - x$$

$$q(x) = ((-1) + 2)x^2 + (-1)x = x^2 - x$$

Ou seja, os polinômios não serão iguais.

[02] Verdadeira. Como:

$$q(0) = (m+2) \cdot 0^2 + m \cdot 0 = 0$$

Podemos afirmar que $x = 0$ é raiz de q para qualquer valor de m .

[04] Falsa. Para $m = -2$, q tem grau 1.

[08] Verdadeira. Como o polinômio p é do 2º grau (para qualquer valor real de m), o seu gráfico é uma parábola.

[16] Verdadeira. Para $m = 1$ e $x = 3$, teremos:

$$q(3) = (1+2) \cdot 3^2 + 1 \cdot 3 = 30$$

Resposta da questão 4:

$$01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31.$$

[01] Verdadeira. Como o número de linhas é igual ao de colunas para as matrizes A e B, elas são quadradas.

[02] Verdadeira. Calculando:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 9 & 5 \end{vmatrix} = 30$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} = 30$$

[04] Verdadeira. O determinante de uma matriz triangular é igual ao produto dos elementos da sua diagonal principal.

[08] Verdadeira. Como as matrizes são de tamanhos diferentes, não é possível somá-las. E, como o número de colunas de A é diferente do número de linhas de B, não é possível efetuar a sua multiplicação nesta ordem.

[16] Verdadeira. Neste caso, teremos:

$$\det C = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 5 & 5 & 0 \\ 3 & 9 & 5 \end{vmatrix} = 150 = 5 \cdot \det B$$

Resposta da questão 5:

$$02 + 08 = 10.$$

[01] Falsa. Um contraexemplo possível são os números 3 e 7.

[02] Verdadeira. Temos que:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{0,5\sqrt{2}}{1} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{0,5\sqrt{6} + 1}{\sqrt{3}}$$

Como $0,5\sqrt{6} + 1 > \sqrt{2}$, concluímos que

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

[04] Falsa. Seja $x = \sqrt{5 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$. Elevando ambos os lados da equação ao quadrado, chegamos a:

$$x^2 = \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} \right)^2$$

$$x^2 = 5 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{(5 - 2\sqrt{3})(5 + 2\sqrt{3})} + 5 + 2\sqrt{3}$$

$$x^2 = 10 + 2\sqrt{25 - 4 \cdot 3}$$

$$x^2 = 10 + 2\sqrt{13}$$

$$x = \sqrt{10 + 2\sqrt{13}}$$

Portanto, $\sqrt{5 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} \neq \sqrt{10}$.

[08] Verdadeira. Utilizando a propriedade da diferença de quadrados, obtemos:

$$\left(\frac{p + \sqrt{q}}{2} \right)^2 - \left(\frac{p - \sqrt{q}}{2} \right)^2 = \left(\frac{p + \sqrt{q}}{2} + \frac{p - \sqrt{q}}{2} \right) \cdot \left(\frac{p + \sqrt{q}}{2} - \frac{p - \sqrt{q}}{2} \right) = p\sqrt{q}$$

[16] Falsa. Calculando:

$$\frac{(\sqrt{5^n} + \sqrt{5^{-n}})(\sqrt{5^n} - \sqrt{5^{-n}})}{(5^n - 5^{-n})} = \frac{\sqrt{5^{2n}} - 1 + 1 - \sqrt{5^{-2n}}}{5^n - 5^{-n}}$$

$$= \frac{\sqrt{5^{2n}} - \sqrt{5^{-2n}}}{5^n - 5^{-n}} = \frac{5^{\frac{2n}{2}} - 5^{-\frac{2n}{2}}}{5^n - 5^{-n}} = \frac{5^n - 5^{-n}}{5^n - 5^{-n}} = 1$$

Que é um número racional.

Resposta da questão 6:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

[01] Falsa. Sendo x o público que pagou pela arquibancada coberta, temos:

$$28260 - x = 2x$$

$$28260 = 3x$$

$$x = 9420$$

Portanto, na arquibancada coberta, havia menos de 10.000 pessoas.

[02] Verdadeira. Quantidade de pessoas na arquibancada descoberta que pagaram meia-entrada:

$$\frac{1}{4} \cdot (28260 - 9420) = 4710$$

[04] Falsa. Quantidade de pessoas na arquibancada coberta que pagaram meia-entrada:

$$\frac{1}{6} \cdot 9420 = 1570$$

[08] Verdadeira. Percentual do público pagante que pagou meia-entrada:

$$\frac{4710 + 1570}{28260} \cdot 100\% \cong 22,2\%$$

[16] Verdadeira. O valor arrecadado nesse setor foi de:

$$R\$ 50 \cdot 1570 + R\$ 100 \cdot (9420 - 1570) = R\$ 863500$$

Resposta da questão 7:

$$01 + 02 + 08 = 11.$$

[01] Verdadeira. A razão da PA deve ser igual a:

$$\begin{cases} a_7 = 3a_1 \\ a_4 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6r = 3a_1 \\ a_1 + 3r = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3r \\ a_1 = 6 - 3r \end{cases} \Rightarrow 3r = 6 - 3r \quad \therefore r = 1$$

[02] Verdadeira. Se x, y e z são termos de uma PG, devemos ter que:

$$\frac{y}{x} = \frac{z}{y} \Rightarrow y^2 = xz$$

[04] Falsa. Segundo termo da sequência:

$$a_2 = \frac{3a_1 + 8}{6} = \frac{3 \cdot 10 + 8}{6} = \frac{19}{3}$$

Caso a sequência seja uma PA, a sua razão deve valer:

$$r = \frac{19}{3} - 10 = -\frac{11}{3}$$

[08] Verdadeira. Igualando os k-ésimos termos das PAs, obtemos:

$$2 + (k - 1) \cdot 5 = 552 + (k - 1) \cdot (-20)$$

$$2 + 5k - 5 = 552 - 20k + 20$$

$$25k = 575$$

$$k = 23$$

Portanto, o 23º termo das PAs são iguais.

[16] Falsa. Primeiro termo da sequência:

$$a_1 = 3^{2-1} = 3$$

Segundo termo da sequência:

$$a_2 = 3^{2-2} = 1$$

Razão da PG:

$$q = \frac{1}{3}$$

Resposta da questão 8:

$$02 + 04 + 08 = 14.$$

[01] Falsa. Calculando:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Portanto, $A \cdot B \neq B \cdot A$.

[02] Verdadeira. Matriz A^2 :

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz B^2 :

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Transposta de B^2 :

$$(B^2)^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, $A^2 = (B^2)^T$.

[04] Verdadeira. Temos que:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2D = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Portanto, $C = 2D$.

[08] Verdadeira. Soma dos elementos da diagonal principal da matriz C:

$$s = 2 + 4 = 6$$

Como:

$$n^2 + n = 2^2 + 2 = 6$$

Logo, $s = n^2 + n$.

[16] Falsa. Como C é matriz diagonal, o seu determinante é dado por:

$$\det C = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 6 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2n \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n = (2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot \dots \cdot (2 \cdot n) = 2^n \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n) \neq 2^n$$

Resposta da questão 9:

$$01 + 08 = 09.$$

[01] Verdadeira. Dividindo:

$$\begin{array}{r} x^4 - 7x^2 + 6x \quad | \quad x^2 - x \\ \underline{-x^4 + x^3} \quad x^2 + x - 6 \\ x^3 - 7x^2 + 6x \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ -6x^2 + 6x \\ \underline{6x^2 - 6x} \\ 0 \end{array}$$

[02] Falsa. Temos que:

$$p(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - x}{x^2 + x} = \frac{\cancel{x}(x^2 + 3x - 1)}{\cancel{x}(x + 1)} = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$$

Como o numerador não é divisível pelo denominador (não há termo em comum), não existe $p(x)$ de grau 1 que satisfaça a condição do enunciado.

[04] Falsa. Como os coeficientes do polinômio são reais, os conjugados das raízes complexas também devem ser raízes do polinômio, ou seja, $-i$ também deveria ser raiz.

[08] Verdadeira. Como:

$$p(3) + q(3) = 9a + 9 + 1 + 9b - 3 + 5 = 12 \Rightarrow a + b = 0$$

A soma $p(x) + q(x)$ é um polinômio de grau 1.

[16] Falsa. Calculando:

$$q(2) - r(2) = \underbrace{(p(2) - 1)}_0 (2 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 1) + \cancel{r(2)} - \cancel{r(2)}$$

$$q(2) - r(2) = (-1)(16 + 20 - 1)$$

$$\therefore q(2) - r(2) = -35$$

Resposta da questão 10:

$$08.$$

[01] Falsa. Os lados dos quadrados são termos de uma PA de razão 4. Logo, o lado do quadrado T_n mede:

$$L_n = L_1 + (n-1) \cdot r$$

$$L_n = 3 + (n-1) \cdot 4$$

$$\therefore L_n = (4n-1) \text{ cm}$$

[02] Falsa. A diagonal do quadrado de lado L_n é dada por:

$$d_n = L_n \sqrt{2}$$

$$\therefore d_n = (4n-1)\sqrt{2} \text{ cm}$$

[04] Falsa. Temos que:

$$L_{100} = L_1 + (100-1) \cdot r$$

$$L_{100} = 3 + 99 \cdot 4$$

$$L_{100} = 399 \text{ cm}$$

Sendo assim, a soma dos lados vale:

$$S_{100} = \frac{(L_1 + L_{100}) \cdot 100}{2}$$

$$S_{100} = (3 + 399) \cdot 50$$

$$\therefore S_{100} = 20.100 \text{ cm}$$

Obs: a soma das medidas dos lados é dada em cm, não em cm^2 .

[08] Verdadeira. A área do quadrado T_n é igual a:

$$A_n = L_n^2 = (4n-1)^2$$

$$\therefore A_n = (16n^2 - 8n + 1) \text{ cm}^2$$

[16] Falsa. Temos que:

$$A_1 = L_1^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = L_2^2 = 49 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = L_3^2 = 121 \text{ cm}^2$$

Portanto, a sequência das áreas não é uma PG.

Resposta da questão 11:

08.

[01] Falsa. Determinante da matriz dos coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Sendo assim, S não é um sistema possível e determinado.

[02] Falsa. Substituindo a tripla ordenada na terceira equação, obtemos:

$$2 \cdot 2 - 1 - 0 = 3 \neq 4$$

Portanto, a tripla ordenada não é solução do sistema S.

[04] Falsa. A matriz dos coeficientes de S é:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

[08] Verdadeira. Se a matriz dos coeficientes é inversível (determinante diferente de zero), então o sistema possui uma única solução (sistema possível e determinado).

[16] Falsa. Como o determinante da matriz dos coeficientes é nulo, o sistema não é possível e determinado.

Resposta da questão 12:

$$01 + 02 = 03.$$

[01] Verdadeira. Produto das matrizes A e B:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Logo, $A \cdot B$ é uma matriz triangular, pois os termos acima da sua diagonal principal são nulos.

[02] Verdadeira. Como A é uma matriz 3×3 e C é uma matriz 3×2 , é possível calcular $A \cdot C$ (sendo o resultado uma matriz 3×2), mas não é possível calcular $C \cdot A$, pois o número de colunas de C e o número de linhas de A são distintos.

[04] Falsa. Não é possível somar matrizes de dimensões distintas.

[08] Falsa. Não é possível somar matrizes de dimensões distintas.

[16] Falsa. Matriz $B \cdot A$:

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Portanto, $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Resposta da questão 13:

$$02 + 16 = 18.$$

[01] Falsa. Os divisores positivos de 12 são $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$. E a média aritmética desses números vale:

$$\frac{1+2+3+4+6+12}{6} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$$

Ou seja, o seu valor não é um divisor de 12.

[02] Verdadeira. O mínimo múltiplo comum de dois números naturais distintos e maiores que 1 pode ser escrito como o produto de pelo menos 2 números primos, o que o torna um número composto.

[04] Falsa. Para os números 9 e 27, por exemplo, o máximo divisor comum é 9, que não é primo.

[08] Falsa. Quantidade de divisores positivos de 360:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$n_{360} = (3+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 24$$

Quantidade de divisores positivos de 180:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$n_{180} = (2+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 18$$

Como $\frac{24}{18} \cong 1,33$, o aumento é de

aproximadamente 33%, e não de 50%.

[16] Verdadeira. Como o próprio número está contido no conjunto dos seus divisores e no dos seus múltiplos, a interseção entre esses conjuntos é um conjunto não vazio.

Resposta da questão 14:

$$01 + 04 + 08 = 13.$$

[01] Verdadeira. Temos que:

$$80\sqrt{3} \cong 80 \cdot 1,7 = 136 \geq 120$$

[02] Falsa. A diagonal d de um quadrado de lado L é dada por $d = L\sqrt{2}$. Porém, para $L = \sqrt{2}$, teremos:

$$d = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

Que não é um número irracional.

[04] Verdadeira. O volume da esfera é igual a:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \pi$$

Como é um número irracional, o produto $\frac{4}{3} \pi$ é uma dízima não periódica.

[08] Verdadeira. O número dado vale:

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$$

Que é um número natural.

[16] Falsa. Convertendo, obtemos:

$$5 \cdot 10^8 \text{ km}^2 = 5 \cdot 10^8 \cdot (10^3)^2 \text{ m}^2 = 5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

Resposta da questão 15:

$$04 + 08 = 12.$$

[01] Falsa. Temos que:

$$A(-1) = \begin{pmatrix} -(-1)-1 & \frac{1}{-1} \\ -(-1) & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

[02] Falsa. Calculando:

$$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} -x-1 & \frac{1}{x} \\ -x & x+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x-1 & -\frac{1}{x} \\ x & -x+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

[04] Verdadeira. Calculando:

$$(A(x))^2 = \begin{pmatrix} -x-1 & \frac{1}{x} \\ -x & x+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -x-1 & \frac{1}{x} \\ -x & x+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2+2x & 0 \\ 0 & x^2+2x \end{pmatrix}$$

[08] Verdadeira. O determinante da matriz A é igual a:

$$\begin{vmatrix} -x-1 & \frac{1}{x} \\ -x & x+1 \end{vmatrix} = -x^2 - 2x - 1 + 1 = -x(x+2)$$

Como $-x(x+2) > 0$ para $] -2, 0[$, então $\det A(x) > 0$ para o intervalo dado.

[16] Falsa. Temos que:

$$\det A(x) = -x^2 - 2x$$

$$\det A(-x) = -(-x)^2 - 2(-x) = -x^2 + 2x$$

Logo, $\det A(x) \neq \det A(-x)$ para $x \neq 0$.

Resposta da questão 16:

$$02 + 04 + 08 + 16 = 30.$$

Quantidades (em milhares de toneladas):

$$\text{Grãos: } 0,64 \cdot 45 = 28,8$$

$$\text{Soja: } 0,7 \cdot 28,8 = 20,16$$

$$\text{Não grãos: } 0,36 \cdot 45 = 16,2$$

$$\text{Raízes tuberculosas: } 16,2 \cdot \frac{2}{3} = 10,8$$

$$\text{Alimentos lácteos: } 16,2 \cdot \frac{1}{3} = 5,4$$

[01] Falsa. Porcentagem da soja em relação à produção total:

$$\frac{20,16}{45} \cdot 100\% = 44,8\%$$

[02] Verdadeira. Porcentagem das raízes tuberculosas em relação aos alimentos que não são grãos:

$$\frac{10,8}{16,2} \cdot 100\% = 66,7\%$$

[04] Verdadeira. Faturamento com os alimentos lácteos:

$$5,4 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{R\$ } 2,00/\text{kg} = \text{R\$ } 10,8 \text{ milhões}$$

[08] Verdadeira. Produção de grãos que não eram de soja (em milhares de toneladas):

$$28,8 - 20,16 = 8,64$$

[16] Verdadeira. Produção de mandioca (em milhares de toneladas):

$$0,75 \cdot 10,8 = 8,1$$

Resposta da questão 17:

$$01 + 16 = 17.$$

[01] Verdadeira. Sendo L o lado do quadrado, a sua diagonal d e a sua área A valem:

[08] Falsa. A soma dos ângulos internos de um pentágono é igual a:

$$S = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

Porém, a soma dos ângulos descritos vale:

$$3 \cdot 100^\circ + 2 \cdot 125^\circ = 550^\circ$$

Sendo assim, não é possível termos um pentágono com esses ângulos.

[16] Falsa. Como $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$, o tempo necessário para que o reservatório fique completamente cheio é de:

$$4 \frac{\text{L}}{\text{s}} = \frac{1000 \text{ L}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 250 \text{ s} = 4,17 \text{ min}$$

Resposta da questão 20:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

Temos as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$$

[01] Falsa. Como nenhuma das matrizes possui determinante nulo, todas são invertíveis.

[02] Verdadeira. Matriz $D - C$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 16 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Ou seja, todas as suas entradas são números pares.

[04] Falsa. Matriz $\frac{1}{2}(A + C)$:

$$\frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Ou seja, nem todas as suas entradas são números pares.

[08] Verdadeira. Temos que:

$$B + D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$$

$$2C = 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\therefore B + D = 2C$$

[16] Verdadeira. A matriz B é igual a sua transposta, pois:

$$B^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = B$$