

Prof. João Capri

$$p(x) = (x^3 + 2x^2 + 3x - 3)^{n^2} \cdot (x^2 + x + 1)^n$$

a) 1
b) 2
c) 4
d) 5
e) 7

16) Para $m = 1$, temos que $q(3) = 30$.

a) – 108.
b) – 56.
c) – 67.
d) – 96.

a) 8.
b) 6.
c) 4.
d) 10.
e) 12.

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 2
d) 0

a) -2 .
b) -1 .

c) 1.
d) 2.

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 9.
- e) 12.

a) – 108.
b) – 56.
c) – 67.
d) – 96.

Gabarito:

Resposta da questão 1:

[B]

É possível obtermos a soma dos coeficientes fazendo $x = 1$. Logo:

$$(1^3 + 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 3)^{n^2} \cdot (1^2 + 1 + 1)^n = 729$$

$$3^{n^2} \cdot 3^n = 729$$

$$3^{n^2+n} = 3^6$$

$$n^2 + n = 6$$

$$n^2 + n - 6 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$n = -3 \text{ ou } n = 2$$

Como n deve ser natural, $n = 2$.

Resposta da questão 2:

$$02 + 08 + 16 = 26.$$

[01] Falsa. Se $m = -1$, teremos:

$$p(x) = ((-1)^2 + 1)x^2 - x + (-1) + 1 = 2x^2 - x$$

$$q(x) = ((-1) + 2)x^2 + (-1)x = x^2 - x$$

Ou seja, os polinômios não serão iguais.

[02] Verdadeira. Como:

$$q(0) = (m + 2) \cdot 0^2 + m \cdot 0 = 0$$

Podemos afirmar que $x = 0$ é raiz de q para qualquer valor de m .

[04] Falsa. Para $m = -2$, q tem grau 1.

[08] Verdadeira. Como o polinômio p é do 2º grau (para qualquer valor real de m), o seu gráfico é uma parábola.

[16] Verdadeira. Para $m = 1$ e $x = 3$, teremos:

$$q(3) = (1 + 2) \cdot 3^2 + 1 \cdot 3 = 30$$

Resposta da questão 3:

As demais raízes são dadas por:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x = -2 \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

Logo:

$$S = \left\{ -2, \frac{1}{2}, 3 \right\}$$

E $P(x) \geq 0$ para:

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x \geq 3$$

Resposta da questão 4:

[A]

O polinômio pode ser escrito como

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Substituindo os valores dados, obtemos:

$$\begin{cases} 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -16 \\ 5^3 + a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \\ 0^3 + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -17 \\ 25a + 5b + c = -125 \\ c = -50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 33 \\ 25a + 5b = -75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a - 5b = -165 \\ 25a + 5b = -75 \end{cases} +$$

$$20a = -240 \Rightarrow a = -12$$

$$b = 33 + 12 = 45$$

Logo:

$$P(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 12 \cdot (-1)^2 + 45 \cdot (-1) - 50$$

$$P(-1) = -1 - 12 - 45 - 50$$

$$\therefore P(-1) = -108$$

Resposta da questão 5:

[A]

Valor de k :

$$p(2) = 2^3 - k \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3k = -4$$

$$8 - 4k - 10 + 3k = -4$$

$$k = 2$$

Logo:

$$p(k - 3) = p(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 3 \cdot 2$$

$$p(k - 3) = -1 - 2 + 5 + 6$$

$$\therefore p(k - 3) = 8$$

Resposta da questão 6:

[D]

Como se trata de um polinômio nulo, os seus coeficientes devem ser nulos. Dessa forma:

$$\begin{cases} a + b = 0 & \text{(I)} \\ 5a - b + 4 = 0 & \text{(II)} \\ 3c + d = 0 & \text{(III)} \\ d + 2 = 0 & \text{(IV)} \end{cases}$$

$$\text{(IV): } d = -2$$

$$\text{(IV)} \rightarrow \text{(III): } 3c - 2 = 0 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$\text{(I)} + \text{(II): } 6a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore |a + c| = 0$$

Resposta da questão 7:

[A]

Calculando:

$$\frac{p(-1)}{q(-2)} = \frac{(-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 6}{(-2)^3 + 2}$$

$$\frac{p(-1)}{q(-2)} = \frac{12}{-6}$$

$$\therefore \frac{p(-1)}{q(-2)} = -2$$

Resposta da questão 8:

[A]

Tem-se que

$$\begin{aligned} 3x^2 - 9x + 7 &= (x-a)^3 - (x-b)^3 \\ &= x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3 - x^3 + 3bx^2 - 3b^2x + b^3 \\ &= (3b-3a)x^2 + (3a^2-3b^2)x + b^3 - a^3. \end{aligned}$$

Em consequência, como os polinômios são idênticos,
vem

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3b-3a=3 \\ 3a^2-3b^2=-9 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} b-a=1 \\ (b-a)(b+a)=3 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} b-a=1 \\ a+b=3 \end{cases}. \end{aligned}$$