Lista de Exercícios Polinômios 1 Prof. João Capri

1. (Esa) Observe o polinômio abaixo:

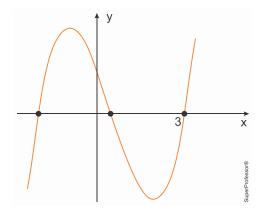
$$p(x) = (x^3 + 2x^2 + 3x - 3)^{n^2} \cdot (x^2 + x + 1)^n$$

Qual o valor do número natural n para que a soma dos coeficientes do polinômio acima seja 729?

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 7
- 2. (Uem) Considere os polinômios

 $p(x) = (m^2 + 1) x^2 - x + m + 1 e \ q(x) = (m + 2) x^2 + mx$, com m um número real fixado. Assinale o que for correto.

- 01) Os polinômios p e q são iguais se m = −1.
- 02) x = 0 é raiz do polinômio q para qualquer valor de
- 04) O grau dos polinômios p e q é 2 para todo valor de m.
- 08) O gráfico da função polinomial real f a valores reais dada por f(x) = p(x) é uma parábola, independentemente do valor de m.
- 16) Para m = 1, temos que q(3) = 30.
- 3. (Uerj) No gráfico, está representada, fora de escala, a função polinomial P de variável real x, definida por $P(x) = 2x^3 3x^2 11x + 6$.



Sabe-se que uma fatoração desse polinômio é

$$P(x) = (x-3) \cdot (2x^2 + 3x - 2).$$

Calcule as raízes dessa função polinominal. Apresente, ainda, os valores de x que são as soluções da inequação $P(x) \ge 0$.

- 4. (Uece) Seja P(x) um polinômio do terceiro grau cujo coeficiente de x^3 é igual a 1 (um). Se P(1) = 16, P(5) = 0 e P(0) = 50, então, podemos afirmar corretamente que P(-1) é igual a
- a) 108.
- b) -56.
- c) 67.
- d) 96.

- 5. (Uea) No polinômio $p(x) = x^3 kx^2 5x + 3k$, com k um número real, p(2) = -4. O valor de p(k-3) é igual a
- a) 8.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 10. e) 12.
- 6. (Acafe) Se

 $p(x) = (a+b)x^3 + (5a-b+4)x^2 + (3c+d)x + d+2$ é polinômio nulo, então o valor de |a+c| é:

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) 2
- d) 0
- 7. (Unicamp indígenas) Dados os polinômios $p(x) = x^2 5x + 6 e q(x) = x^3 + 2$, o valor de

$$p(-1)/q(-2)$$
 é

- a) -2.
- b) -1.
- c) 1.
- d) 2.

8. (Fuvest) Se $3x^2 - 9x + 7 = (x-a)^3 - (x-b)^3$, para todo número real x, o valor de a+b é

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 9.
- e) 12.

Gabarito:

Resposta da questão 1:

[B

É possível obtermos a soma dos coeficientes fazendo x = 1. Logo:

$$(1^3 + 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 3)^{n^2} \cdot (1^2 + 1 + 1)^n = 729$$
$$3^{n^2} \cdot 3^n = 729$$
$$3^{n^2+n} = 3^6$$

$$n^2 + n = 6$$

$$n^2+n-6=0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$n=-3 \ ou \ n=2$$

Como n deve ser natural, n = 2.

Resposta da questão 2:

02 + 08 + 16 = 26.

[01] Falsa. Se m = -1, teremos:

$$p(x) = ((-1)^2 + 1) x^2 - x + (-1) + 1 = 2x^2 - x$$

$$q(x) = ((-1) + 2) x^2 + (-1)x = x^2 - x$$

Ou seja, os polinômios não serão iguais.

[02] Verdadeira. Como:

$$q(0) = (m+2) \cdot 0^2 + m \cdot 0 = 0$$

Podemos afirmar que x = 0 é raiz de q para qualquer valor de m.

- [04] Falsa. Para m = -2, q tem grau 1.
- [08] Verdadeira. Como o polinômio p é do 2º grau (para qualquer valor real de m), o seu gráfico é uma parábola.
- [16] Verdadeira. Para m = 1 e x = 3, teremos:

$$q(3) = (1+2) \cdot 3^2 + 1 \cdot 3 = 30$$

Resposta da questão 3:

As demais raízes são dadas por:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x = -2$$
 ou $x = \frac{1}{2}$

Logo

$$S = \left\{-2, \frac{1}{2}, 3\right\}$$

E P(x) \geq 0 para:

$$-2 \le x \le \frac{1}{2} \ ou \ x \ge 3$$

Resposta da questão 4:

[A]

O polinômio pode ser escrito como

 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Substituindo os valores dados, obtemos:

$$\begin{cases} 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -16 \\ 5^3 + a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \\ 0^3 + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -17 \\ 25a + 5b + c = -125 \\ c = -50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=33 \\ 25a+5b=-75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a-5b=-165 \\ 25a+5b=-75 \end{cases} +$$

$$20a = -240 \Rightarrow a = -12$$

$$b = 33 + 12 = 45$$

Logo:

$$P(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 12 \cdot (-1)^2 + 45 \cdot (-1) - 50$$

$$P(-1) = -1 - 12 - 45 - 50$$

$$\therefore P(-1) = -108$$

Resposta da questão 5:

[A]

Valor de k:

$$p(2) = 2^3 - k \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3k = -4$$

$$8 - 4k - 10 + 3k = -4$$

$$k = 2$$

Logo:

$$p(k-3) = p(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 3 \cdot 2$$

$$p(k-3) = -1-2+5+6$$

$$\therefore p(k-3) = 8$$

Resposta da questão 6:

[D]

Como se trata de um polinômio nulo, os seus coeficientes devem ser nulos. Dessa forma:

$$a + b = 0 \qquad (I)$$

$$5a - b + 4 = 0$$
 (II)

$$3c + d = 0 \qquad (III)$$

$$d + 2 = 0$$
 (IV)

(IV):
$$d = -2$$

$$(IV) \rightarrow (III)$$
: $3c - 2 = 0 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$

(I) + (II):
$$6a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$|a+c|=0$$

Resposta da questão 7:

[A]

Calculando:

$$\frac{p(-1)}{q(-2)} = \frac{(-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 6}{(-2)^3 + 2}$$

$$\frac{p(-1)}{q(-2)} = \frac{12}{-6}$$

$$\therefore \frac{p(-1)}{q(-2)} = -2$$

Resposta da questão 8:

[A]

Tem-se que

$$3x^{2} - 9x + 7 = (x - a)^{3} - (x - b)^{3}$$

$$= x^{3} - 3ax^{2} + 3a^{2}x - a^{3} - x^{3} + 3bx^{2} - 3b^{2}x + b^{3}$$

$$= (3b - 3a)x^{2} + (3a^{2} - 3b^{2}) + b^{3} - a^{3}.$$

Em consequência, como os polinômios são idênticos, vem

$$\begin{vmatrix} 3b - 3a = 3 \\ 3a^2 - 3b^2 = -9 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} b - a = 1 \\ (b - a)(b + a) = 3 \end{vmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{vmatrix} b - a = 1 \\ a + b = 3 \end{vmatrix}.$$