Lista de Exercícios
Probabilidade
Prof. João Capri

1. Foi sorteada aleatoriamente uma bola de uma urna que contém bolas numeradas de 10 a 30. Com base nesses dados, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de sair um número múltiplo de 2 ou de 3 é 2/3.
02) A probabilidade de sair um número múltiplo de 5 é 5/21.
04) A probabilidade de sair um número múltiplo de 3 e de 9 é 2/21.
08) A probabilidade de sair um número divisível por 60 é 5/21.

2. Em uma padaria há um cesto com 3 pães de 45 g cada, 4 pães de 50 g cada e 2 pães de 55 g cada. São os únicos pães disponíveis para a venda em um determinado dia. Considere que, uma vez retirado um pão desse cesto, ele não pode ser devolvido a esse cesto. Assinale o que for correto.

01) Comprando 3 pães aleatoriamente, a probabilidade de que o conjunto pese exatamente 150 g é $\frac{1}{3}$.
02) Comprando 8 pães aleatoriamente, a probabilidade de que o conjunto pese exatamente 400 g é $\frac{1}{9}$.
04) Retirando 2 pães do cesto, a probabilidade de que o segundo pese 55 g é $\frac{16}{81}$.
08) Comprando 2 pães aleatoriamente, a probabilidade de que pelo menos um deles pese exatamente 50 g é $\frac{13}{18}$.
16) Se no final do dia restou um único desses pães sem ser vendido, a probabilidade de que ele pese 55 g é $\frac{2}{9}$.

3. Seja o evento: caixa com cartas numeradas de 1 a 15. Considerando a retirada de uma carta ao acaso, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de sair um número múltiplo de 3 ou maior do que treze é 40%.
02) A probabilidade de sair um número divisor de vinte e cinco é menor que 30%.
04) A probabilidade de sair um número que é ímpar e divisor de trinta é menor que 30%.
08) A probabilidade de sair um número par ou múltiplo de oito é menor que 50%.

4. Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 11. Considerando que se deve retirar, sem reposição, três bolas dessa urna, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de a soma dos números que aparecem nas bolas retiradas ser par é $\frac{17}{33}$.
02) A probabilidade de a soma dos números que aparecem nas bolas retiradas ser ímpar é $\frac{16}{33}$.
04) A probabilidade de o produto dos números que aparecem nas bolas retiradas ser par é $\frac{17}{33}$.
08) A probabilidade de o produto dos números que aparecem nas bolas retiradas ser ímpar é $\frac{4}{33}$.
16) A probabilidade de a soma dos números que aparecem nas bolas retiradas ser ímpar é $\frac{13}{33}$.

5. Uma urna contém 16 bolas numeradas de 1 a 16 e o experimento consiste na retirada de uma bola dessa urna. Considerando que A representa o evento de “a bola retirada possui um número múltiplo de 3” e B representa o evento de “a bola retirada possui um número múltiplo de 5”, assinale o que for correto.

01) $P(A) = \frac{5}{16}$.
02) $P(A \cup B) = \frac{7}{16}$.
04) $P(B) = \frac{1}{5}$.
08) $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$.

6. Em uma cidade com 2 millhões de habitantes verificou-se que 25% da população têm entre 0 e 19 anos de idade e que 50% da população têm entre 20 e 59 anos de idade. Além disso, 40% das pessoas com idade entre 0 e 19 anos são do sexo masculino e 60% são do sexo feminino; 45% das pessoas com idade entre 20 e 59 anos são do sexo masculino e 55% são do sexo feminino e, finalmente, 30% das pessoas com 60 anos ou mais são do sexo masculino e o restante é do sexo feminino.

Assinale o que for **correto**.
01) A cidade possui 200 mil habitantes do sexo masculino com idade entre 0 e 19 anos.
02) Das faixas etárias consideradas, aquela com maior número de pessoas do sexo feminino é a faixa etária de 60 anos de idade ou mais.
04) Escolhendo-se uma pessoa ao acaso nessa cidade, a probabilidade de ela ser do sexo masculino ou de ter pelo menos 60 anos de idade é igual a $57{,}5\%$.

08) O número de pessoas do sexo masculino que não se encontra na faixa etária entre 0 e 59 anos de idade é maior do que o número de pessoas do sexo masculino que se encontra nessa faixa etária.
16) Os habitantes do sexo feminino dessa cidade correspondem a 60% da população.

7. Foram entrevistadas 726 pessoas, perguntando em quais bancos: A, B ou C realizariam investimentos financeiros. Das pessoas entrevistadas, 25 disseram que realizariam investimentos nos três bancos; 240 realizariam investimentos no banco B; 70 realizariam investimentos nos bancos B e C; 60 realizariam investimentos nos bancos A e C; 215 realizariam investimentos no banco A; 55 realizariam investimentos nos bancos A e B e 355 realizariam investimentos no banco C.

A partir do exposto, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de investimento no banco A ou C é menor do que 75%.
02) A probabilidade de não investirem em nenhum dos bancos é maior do que 10%.
04) A probabilidade de investimento apenas no banco C é maior do que 40%
08) A probabilidade de investimento no banco B e C é menor do que 7%.
16) A probabilidade de investimento no banco A ou B é menor do que 50%.

8. Considerando que uma estante contém 6 livros de história, 4 livros de português e 5 livros de matemática, assinale o que for correto.

01) Se um livro é retirado da estante, a probabilidade desse livro ser de matemática é $\frac{1}{3}$.
02) Se dois livros forem retirados da estante, sem reposição, a probabilidade de o primeiro livro ser de história e o segundo de português é $\frac{4}{35}$.
04) Se três livros forem retirados da estante, sem reposição, a probabilidade do primeiro livro ser de história, o segundo de português e o terceiro de matemática é $\frac{4}{91}$.
08) Se um livro for retirado da estante, a probabilidade desse livro ser de história ou de português é $\frac{2}{3}$.

9. Em um grupo de 500 estudantes, 90 estudam Química, 160 estudam Biologia e 20 estudam Química e Biologia. Se um aluno é escolhido ao acaso, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de que ele estude Química ou Biologia é de $0,46$.
02) A probabilidade de que ele não estude Química nem Biologia é de $0,54$.
04) A probabilidade de que ele estude Química e Biologia é de $0,04$.
08) A probabilidade de que ele estude somente Química é de $0,16$.

10. Dois dados especiais têm as seis faces marcadas da seguinte forma: o dado A está marcado com os números $1, 2, 2, 3, 4$ e 6, e o dado B com os números $1, 2, 3, 4, 4$ e 5. Se os dados A e B forem lançados simultaneamente e considerando que eles são honestos no sentido de que a chance de ocorrência de cada uma de suas faces é a mesma, assinale o que for correto.

01) A probabilidade de que a soma dos números obtidos seja ímpar é igual a 50%.
02) A probabilidade de que o produto dos números obtidos seja um múltiplo de cinco é menor que 15%.
04) A probabilidade de que o produto dos números obtidos seja divisível por dez é menor que 12%.
08) A probabilidade de que a soma dos números obtidos seja divisível por três é maior que 30%.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
01 + 02 + 04 = 07.

[01] Verdadeira. De fato, tem-se que
$M_2 = \{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30\}$,
$M_3 = \{12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ e
$M_2 \cap M_3 = \{12, 18, 24, 30\}$. Logo, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, vem

$$\begin{aligned} n(M_2 \cup M_3) &= n(M_2) + n(M_3) - n(M_2 \cap M_3) \\ &= 11 + 7 - 4 \\ &= 14. \end{aligned}$$

Por conseguinte, como $n(\Omega) = 30 - 10 + 1 = 21$, temos

$$\begin{aligned} P(M_2 \cup M_3) &= \frac{n(M_2 \cup M_3)}{n(\Omega)} \\ &= \frac{14}{21} \\ &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

[02] Verdadeira. Com efeito, pois
$M_5 = \{10, 15, 20, 25, 30\}$ e, portanto, temos
$$P(M_5) = \frac{n(M_5)}{n(\Omega)} = \frac{5}{21}.$$

[04] Verdadeira. De fato, pois
$M_3 \cap M_9 = M_9 = \{18, 27\}$. Logo, segue que
$$P(M_9) = \frac{n(M_9)}{n(\Omega)} = \frac{2}{21}.$$

[08] Falsa. Como 60 é maior do que qualquer elemento de $\Omega = \{10, 11, 12, \ldots, 29, 30\}$, segue que a probabilidade de sair um número divisível por 60 é zero. Trata-se de um evento impossível.

Resposta da questão 2:
01 + 08 + 16 = 25.

[01] Verdadeira. Total de pães:
$3 + 4 + 2 = 9$

Para que o conjunto totalize 150 g, é necessário que os 3 pães comprados sejam de 50 g, ou que sejam comprados um pão de cada. Dessa forma, a probabilidade pedida vale:
$$P = \underbrace{\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}}_{50\text{ g}} + \underbrace{\frac{3}{9}}_{45\text{ g}} \cdot \underbrace{\frac{2}{8}}_{55\text{ g}} \cdot \underbrace{\frac{4}{7}}_{50\text{ g}} \cdot 3! = \frac{1}{3}$$

[02] Falsa. Respeitando as quantidades de cada pão, a única possibilidade para que o conjunto totalize 400 g é que sejam comprados 2 pães de 45 g, 2 de 55 g e 4 de 50 g. Logo:
$$P = \underbrace{\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}}_{45\text{ g}}\cdot\underbrace{\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}}_{55\text{ g}}\cdot\underbrace{\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}}_{50\text{ g}}\cdot\frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 4!} = \frac{1}{3}$$

[04] Falsa. Caso o 1º pão retirado seja de 55 g, temos:
$$P_1 = \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{36}$$

Caso o 1º pão retirado não seja de 55 g, temos:
$$P_2 = \frac{7}{9}\cdot\frac{2}{8} = \frac{7}{36}$$

Logo:
$$P = \frac{1}{36} + \frac{7}{36} = \frac{2}{9}$$

[08] Verdadeira. Probabilidade de nenhum pão ser de 50 g:
$$P' = \frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8} = \frac{5}{18}$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:
$$P = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

[16] Verdadeira. A probabilidade é igual a:
$$P = \frac{2}{9}$$

Resposta da questão 3:
01 + 02 + 04 + 08 = 15.

[01] Verdadeira.
$A = \{3,6,9,12,15\}$
$B = \{14,15\}$
$A \cap B = \{15\}$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$$P(A \cup B) = \frac{5}{15} + \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = 0{,}40 = 40\%$$

[02] Verdadeira.
$A = \{1, 5\}$
$$P(A) = \frac{2}{15} \simeq 13{,}33\%$$

[04] Verdadeira.
$A = \{1, 3, 5, 15\}$
$$P(A) = \frac{4}{15} \simeq 26{,}67\%$$

[08] Verdadeira.
$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
$B = \{8\}$
$$P(A \cup B) = \frac{6}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = 0{,}40 = 40\%$$

Resposta da questão 4:
01 + 02 + 08 = 11.

[01] Verdadeira. Para que a soma seja par, devemos retirar 3 números pares ou 2 números ímpares e 1 par. Como temos 6 números ímpares e 5 números pares, a probabilidade pedida vale:

$$P=\frac{5}{\underbrace{11}_{p}}\cdot\frac{4}{\underbrace{10}_{p}}\cdot\frac{3}{\underbrace{9}_{p}}+\frac{6}{\underbrace{11}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{10}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{9}_{p}}\cdot\frac{3!}{2!}=\frac{510}{990}=\frac{17}{33}$$

[02] Verdadeira. Para que a soma seja ímpar, devemos retirar 3 números ímpares ou 2 números pares e 1 ímpar. Logo:

$$P=\frac{6}{\underbrace{11}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{10}_{i}}\cdot\frac{4}{\underbrace{9}_{i}}+\frac{5}{\underbrace{11}_{p}}\cdot\frac{4}{\underbrace{10}_{p}}\cdot\frac{6}{\underbrace{9}_{i}}\cdot\frac{3!}{2!}=\frac{480}{990}=\frac{16}{33}$$

[04] Falsa. Para que o produto seja par, devemos retirar 3 números pares, 2 números ímpares e 1 par ou 2 números pares e 1 ímpar. Logo:

$$P=\frac{5}{\underbrace{11}_{p}}\cdot\frac{4}{\underbrace{10}_{p}}\cdot\frac{3}{\underbrace{9}_{p}}+\frac{6}{\underbrace{11}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{10}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{9}_{p}}\cdot\frac{3!}{2!}+\frac{5}{\underbrace{11}_{p}}\cdot\frac{4}{\underbrace{10}_{p}}\cdot\frac{6}{\underbrace{9}_{i}}\cdot\frac{3!}{2!}=\frac{870}{990}=\frac{29}{33}$$

[08] Verdadeira. Para que o produto seja ímpar, devemos retirar 3 números ímpares. Logo:

$$P=\frac{6}{\underbrace{11}_{i}}\cdot\frac{5}{\underbrace{10}_{i}}\cdot\frac{4}{\underbrace{9}_{i}}=\frac{120}{990}=\frac{4}{33}$$

[16] Falsa. Conforme calculado no item [02], a probabilidade de a soma ser ímpar vale $\frac{16}{33}$.

Resposta da questão 5:
01 + 02 = 03.

Tem-se que $\Omega=\{1,2,\ldots,16\}$, $A=\{3,6,9,12,15\}$ e $B=\{5,10,15\}$. Logo, vem $A\cap B=\{5\}$.

[01] Verdadeira. De fato, pois $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{5}{16}$.

[02] Verdadeira. Com efeito, pois

$$\begin{aligned}P(A\cup B)&=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\&=\frac{5}{16}+\frac{3}{16}-\frac{1}{16}\\&=\frac{7}{16}.\end{aligned}$$

[04] Falsa. Na verdade, temos $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{3}{16}$.

[08] Falsa. Na verdade, sabemos que $P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(\Omega)}=\frac{1}{16}$.

Resposta da questão 6:
01 + 04 + 16 = 21.

De acordo com o enunciado, construímos a seguinte tabela:

sexo / faixa etária	Masculino	Feminino
0 - 19 anos	$0{,}25\cdot 0{,}4\cdot 2\cdot 10^6=200$	$0{,}25\cdot 0{,}6\cdot 2\cdot 10^6=300$
20 - 59 anos	$0{,}5\cdot 0{,}45\cdot 2\cdot 10^6=450$	$0{,}5\cdot 0{,}55\cdot 2\cdot 10^6=550$
60 + anos	$0{,}25\cdot 0{,}3\cdot 2\cdot 10^6=150$	$0{,}25\cdot 0{,}7\cdot 2\cdot 10^6=350$
Total	800.000	1.200.000

[01] Verdadeira. Vide tabela.

[02] Falsa. A faixa etária com maior número de pessoas do sexo feminino é a entre 20 e 59 ano de idade.

[04] Verdadeira. Calculando, obtemos:

$$P=\frac{800.000+350.000}{800.000+1.200.000}=0{,}575$$
$$\therefore P=57{,}5\%$$

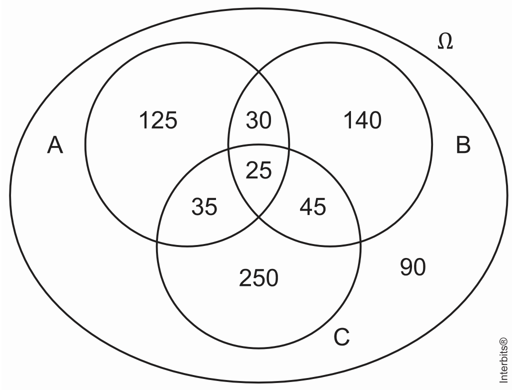
[08] Falsa. Pois:
$$200.000+150.000=350.000<450.000.$$

[16] Verdadeira. Calculando, obtemos:

$$P_{fem}=\frac{1.200.000}{800.000+1.200.000}=0{,}6$$
$$\therefore P_{fem}=60\%$$

Resposta da questão 7:
01 + 02 = 03.

Considere o diagrama.



[01] Verdadeira. Com efeito, pois

$$\begin{aligned}P(A\cup C) &= P(A)+P(C)-P(A\cap C)\\ &= \frac{215}{760}+\frac{355}{760}-\frac{60}{760}\\ &= \frac{510}{760}.\end{aligned}$$

Logo, temos $\frac{510}{760} < \frac{570}{760} = 75\%.$

[02] Verdadeira. De fato, pois

$P(\overline{A\cup B\cup C}) = \frac{90}{760} > \frac{76}{760} = 10\%.$

[04] Falsa. Na verdade, temos

$P(C-(A\cup B)) = \frac{250}{760} < \frac{304}{760} = 40\%.$

[08] Falsa. Na verdade, sabemos que

$P(B\cap C) = \frac{70}{760} > 9\%.$

[16] Falsa. Na verdade, temos

$$\begin{aligned}P(A\cup B) &= P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\ &= \frac{215}{760}+\frac{240}{760}-\frac{55}{760}\\ &= \frac{400}{760}.\end{aligned}$$

Portanto, segue que $\frac{400}{760} > \frac{380}{760} = 50\%.$

Resposta da questão 8:
01 + 02 + 04 + 08 = 15.

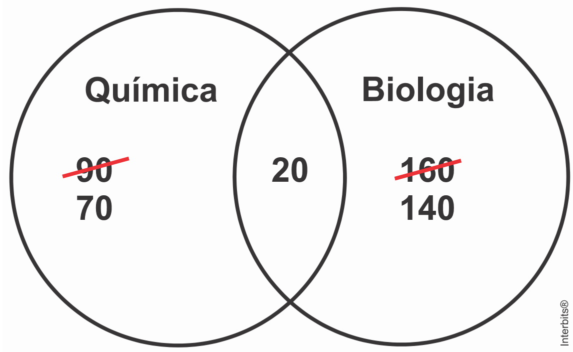
[01] Verdadeira. Com efeito, pois $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$

[02] Verdadeira. De fato, pois $\frac{6}{15}\cdot\frac{4}{14} = \frac{4}{35}.$

[04] Verdadeira. Com efeito, pois $\frac{4}{35}\cdot\frac{5}{13} = \frac{4}{91}.$

[08] Verdadeira. De fato, pois $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$

Resposta da questão 9:
01 + 02 + 04 = 07.



[01] CORRETA. Calculando:

$P(X) = \frac{70+20+140}{500} = \frac{230}{500} = 0,46$

[02] CORRETA. Calculando:

$P(\overline{X}) = 1-0,46 = 0,54$

[04] CORRETA. Calculando:

$P(A) = \frac{20}{500} = 0,04$

[08] INCORRETA. Calculando:

$P(Q) = \frac{70}{500} = 0,14$

Resposta da questão 10:
01 + 04 + 08 = 13.

[01] CORRETA. Calculando:

$\text{Total de casos} = 6\cdot 6 = 36$

$\text{Casos favoráveis} = (\text{par}A + \text{ímpar}B) + (\text{ímpar}A + \text{par}B) = 18$

$(2,1);(2,1);(2,3);(2,3);(2,5);(2,5);(4,1);(4,3);(4,5);(6,1);(6,3);(6,5)$

$(1,2);(1,4);(1,4);(3,2);(3,4);(3,4)$

$P(X) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 50\%$

[02] INCORRETA. Calculando:

$\text{Total de casos} = 6\cdot 6 = 36$

$\text{Casos favoráveis} = 5\cdot(A) = 6$

$(5,1);(5,2);(5,2);(5,3);(5,4);(5,6)$

$P(X) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16,67\%$

[04] CORRETA. Calculando:

$\text{Total de casos} = 6\cdot 6 = 36$

$\text{Casos favoráveis} = (5;4);(5,2);(5;2) = 3$

$P(X) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 8,33\%$

[08] CORRETA. Calculando:

$\text{Total de casos} = 6\cdot 6 = 36$

$\text{Casos favoráveis} = (1,5);(2,1);(2;1);(2,4);(2,4);(2,4);(2,4);(3,3);(4,2);(4,5);(6;3) = 11$

$P(X) = \frac{11}{36} \approx 30,5\%$