FATORAÇÃO
Prof. João Capri

Definição:
Fatorar é transformar a soma ou subtração em **multiplicação.** Muitas vezes é necessário fatorar uma expressão algébrica para simplificá-la.

A seguir veremos os caso mais frequentes de fatoração.

1) Fator comum

Exemplos:

a) $ax + ay = a(x + y)$
b) $12x^2y + 6xy^2 = 6xy(2x + y)$

2) Fatoração por agrupamento

Exemplo:

$mx + my + nx + ny = m(x + y) + n(x + y)$
$mx + my + nx + ny = (x + y).(m + n)$

3) Produtos Notáveis

3.1) Trinômio quadrado perfeito
São expressões algébricas de três termos que representam o desenvolvimento do quadrado da soma ou da diferença, para determinar se a expressão é um trinômio quadrado perfeito, devemos fazer uma verificação.

Exemplos:

a) $x^2 + 4x + 4$

Verificação

$\sqrt{x^2} = x$ (raiz quadrada do 1º termo do trinômio)
$\sqrt{4} = 2$ (raiz quadrada do 2º termo do trinômio)
$2.x.2 = 4x \rightarrow$ termo central do trinômio

Portanto:

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

b) $y^2 - 6y + 9$

Verificação

$\sqrt{y^2} = y$
$\sqrt{9} = 3$
$2.3.y = 6y \rightarrow$ termo central do trinômio

Portanto:

$y^2 - 6y + 9 = (y - 3)^2$

c) $x^2 + 12x + 16$

Verificação

$\sqrt{x^2} = x$
$\sqrt{16} = 4$
$2.4.x = 8x \rightarrow$ não é o termo central do trinômio

Portanto:

$x^2 + 12x + 16$ não é um trinômio quadrado perfeito.

3.2) Diferença de dois quadrados
São expressões algébricas de dois termos de sinais contrários, que representam o desenvolvimento do produto da soma pela diferença.

Exemplo:

$m^2 - 9 = (m + 3).(m - 3)$

4) Soma ou diferença de dois cubos
$a^3 + b^3 = (a + b) . (a^2 – ab + b^2)$
$a^3 – b^3 = (a – b) . (a^2 + ab + b^2)$

5) Trinômio quadrado da forma $ax^2 + bx + c$
Supondo sejam x_1 e x_2 as raízes reais do trinômio $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), então:
$ax^2 + bx + c = a.(x – x_1).(x – x_2)$

Obs.:
A determinação das raízes x_1 e x_2 será tratada no tema equação do 2^0 grau, por hora é importante sabermos que é possível fatorar um trinômio do 2º grau mesmo que este não seja um quadrado perfeito.

EXERCÍCIOS DE SALA

01) (PUC-MG) Se a e b são números reais inteiros positivos tais que a - b = 7 e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de ab é:

a) 7
b) 10
c) 30
d) 37

02) (FATEC) Sabe-se que $a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40$ e a - b - c = 10 com a, b e c números reais.
Então o valor de a + b + c é igual a:

a) 1
b) 2
c) 4
d) 10
e) 20

03) (UEL) Se o polinômio $f = 2x^2 - 12\sqrt{2}x + 4k$ é um quadrado perfeito, então a constante real k é um número

a) quadrado perfeito.
b) cubo perfeito.
c) irracional.
d) divisível por 8.
e) primo.

04) (UFES) O número $N = 2002^2 \times 2000 - 2000 \times 1998^2$ é igual a

a) 2×10^6
b) 4×10^6
c) 8×10^6
d) 16×10^6
e) 32×10^6

05) (IFCE) Considerando-se $\boldsymbol{x \neq 1}$ e $\boldsymbol{y \neq 0}$, ao simplificar a expressão $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{x-y-1}{y(x-1)}$, obtém-se

a) $\dfrac{y+1}{y}$.

b) $\dfrac{y}{y+1}$.

c) $\dfrac{x+1}{x}$.

d) $\dfrac{x}{x+1}$.

e) $\dfrac{x^2}{x-1}$.

Testes Δ_1

01) Fatore as seguintes expressões:

a) $m^2 - 5m$
b) $3x^2 - 6y$
c) $10m^3 + 5m^2$
d) $x^2 - 12x + 36$
e) $y^4 + 10y^2 + 25$
f) $4p^2 - 49$
g) $a^3 - ab^2$
h) $x^3 + 27$

02) Simplifique as seguintes frações algébricas, considerando satisfeitas as condições de existência de cada uma delas:

a) $\frac{3m-m^2}{3-m}$

b) $\frac{ab+ab^2}{ab}$

c) $\frac{a^2-2a}{a^2-4}$

d) $\frac{y^2-2y+1}{y^2-1}$

03) A expressão mais simples de $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$ é:

a) -1
b) 2ab
c) $\frac{a+b}{a-b}$
d) -2ab
e) $\frac{1}{a} - b$

04) Simplificando a expressão $\frac{ax^2-ay^2}{x^2-2xy+y^2}$, obtemos:

a) $\frac{a}{x-y}$
b) $\frac{a}{x+y}$
c) $\frac{a(x+y)}{x-y}$
d) a(x+y)
e) $\frac{x+y}{x-y}$

05) Fatorando a expressão $x^4 - y^2$ obtem-se:

a) $(x^2 - y)^2$
b) $(x^2 - y).(x^2 + y)$
c) $(x^2 + y).(x^2 + y)$
d) $(x + y).(x^3 - y)$

Testes Δ_2

06) Fatorando a expressão ac + 2bc - ad - 2bd, obtemos:

a) (a - 2b) (c - d)
b) (a + 2 (c - d)
c) (a - 2b) (c + d)
d) $(a + c)^2$. (a -
e) (a - c) . (a + 2b)

07)(PUCCAMP) Considere as sentenças a seguir:

I. $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$
II. 5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z). (y + 3m)
III. $81x^6 - 49a^8 = (9x^3 - 7a^4) . (9x^3 + 7a^4)$

Dessas sentenças, SOMENTE

a) I é verdadeira.
b) II é verdadeira.
c) III é verdadeira.
d) I e II são verdadeiras.
e) II e III são verdadeiras.

08) (USF) O valor da expressão

$$\frac{x^2 - y^2}{(x + y)} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{(x - y)}$$

para x = 1,25 e y = -0,75 é:

a) - 0,25
b) - 0,125
c) 0
d) 0,125
e) 0,25

09) (CFTCE) $p(x) = x^2 - 50x + A$, onde $A \in IR$. Para que o polinômio P(x) torne-se um trinômio quadrado perfeito, o valor de A é:

a) 25
b) 125
c) 225
d) 625
e) 1025

10) (FATEC) A expressão $\frac{2+2y-x-xy}{4-x^2}$, para $x \neq \pm 2$, é equivalente a

a) (y - 1)/(2 - x)
b) (y - 1)/(2 + x)
c) y / x
d) (y + 1)/(x + 2)
e) (y + 1)/(2 - x)

Testes Δ_3

11) (EPCAR) Sabendo que $y = (2010)^2 \cdot 2000 - 2000 \cdot (1990)^2$, o valor de $\frac{y}{10^7}$ é igual a

a) 8 b) 16 c) 20 d) 32

12) (CFTMG) Simplificando a expressão $\frac{a^4 + a^3b - ab^3 - b^4}{a^2 - b^2}$, com $a \neq b$, obtém-se

a) $\frac{a+b}{a-b}$
b) $a^2 + ab + b^2$
c) $a - b$
d) $(a + b)^3$

13) (IFCE) Se $x + y = 2$ e $x^2 + y^2 = 3$, então $x^3 + y^3$ vale

a) 4. b) 5. c) 6. d) 7. e) 8.

14) (CFTMG) Ao simplificar a expressão $y = \frac{x^3 - 4x^2 - 4x + 16}{x^2 - 6x + 8}$, em que $x \neq 2$ e $x \neq 4$, obtém-se

a) x.
b) x – 2.
c) x + 2.
d) x + 4.

15) (COL. NAVAL) Considere o sistema abaixo nas variáveis reais x e y, sendo a e b reais.

$$\begin{cases} 375y^2x - 125y^3 - 375yx^2 + 125x^3 = 125b \\ y^2 + x^2 + 2yx = a^2 \end{cases}$$

Nessas condições, qual será o valor de $(x^2 - y^2)^6$?

a) a^3b^6
b) a^8b^6
c) a^6b^2
d) a^3b^6
e) a^4b^6

GABARITO

01) a) m.(m - 5)   b) 3.(x^2 - 2y)   c) 5m^2(2m + 1)   d) (x - 6)^2 e) (y^2 + 5)^2
f) (2p + 7).(2p - 7)   g) a.(a + b).(a - b)   h) (x + 3).(x^2 - 3x + 9)

02) a) m   b) b + 1   c) $\frac{a}{a+2}$ d) $\frac{x-1}{x+1}$

03) C   04) C   05) B   06) B   07) E
08) E   09) D   10) D   11) B   12) B
13) B   14) C   15) C