Lista de Exercícios
Análise Combinatória
Prof. João Capri

1**.** Assinale o que for correto.

01) Com os dígitos 8 e 9 podemos formar 12 números de cinco algarismos, de modo que três algarismos são iguais a 8 e dois algarismos são iguais a 9.
02) Há 45 maneiras distintas de escolhermos 8 balas dentre 10 balas disponíveis.
04) Há 72 maneiras distintas de escolhermos os vértices de um triângulo em um conjunto de 8 pontos distintos de um plano, dos quais 3 nunca estão sobre a mesma reta.
08) Com 6 cores distintas disponíveis há 120 maneiras distintas de pintarmos um mapa da região Sul do Brasil de modo que cada estado seja pintado de uma única cor e não haja repetição de cores.
16) Com as letras R, S, T, V, X, Z podemos formar 240 anagramas de 4 letras distintas que contêm a letra R.

2**.** Assinale o que for correto.

01) Há exatamente 520 maneiras de escolhermos 3 números pares distintos pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, ..., 31}.
02) Com as letras B, C, D, F e G podemos formar exatamente 140 senhas de 5 letras distintas.
04) Com os números 1, 2, 3, 5, 7, 8 e 9 podemos formar pelo menos 60 múltiplos de 5 com 4 algarismos distintos.
08) A equação $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 42$ não tem solução.
16) O algarismo das unidades da soma 12! + 14! + 16! + 18! + 20! é igual ao algarismo das unidades da soma 12 + 14 + 16 + 18 + 20.

3**.** Assinale o que for correto.

01) Para todo número natural $n > 1$, $(2n)! = 2! \cdot n!$.
02) Em um campeonato com 20 equipes, em que cada equipe joga duas vezes contra as demais, são jogadas 800 partidas.
04) Com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9 podem-se formar exatamente 15 números ímpares com dois algarismos.
08) Com a palavra AULAS podemos formar exatamente 60 anagramas distintos.
16) Em um hotel há 15 quartos vagos. Há pelo menos um milhão de maneiras distintas de se acomodar (individualmente) 6 pessoas nesses 15 quartos.

4**.** Em relação a problemas de contagem, assinale o que for **correto**.

01) Com os números naturais ímpares entre 0 e 10 podemos formar 5! números naturais de quatro algarismos distintos.
02) Segundo o Princípio Fundamental da Contagem, o número total de possibilidades para o resultado da ocorrência simultânea de dois eventos, cada um deles com n possibilidades distintas, é 2n.
04) Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 podemos formar 5! números naturais ímpares de cinco algarismos distintos.
08) Com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 podemos formar exatamente 56 números naturais de quatro algarismos distintos.
16) Com os números inteiros de –9 a 9, incluindo os dois extremos desse intervalo, temos exatamente 1.548 possibilidades distintas de escolhas de quatro desses números, de modo que o produto deles será um número positivo.

5. Sabendo que o Corpo Médico Especializado de um centro médico é composto por 15 profissionais, sendo 5 cirurgiões gerais, 5 cardiologistas, 2 neurologistas e 3 ortopedistas, assinale o que for correto.

01) Poderão ser formadas 100 comissões compostas por 9 profissionais, sendo cada uma dessas constituída por 2 ortopedistas, 3 cardiologistas, 2 neurologistas e 2 cirurgiões gerais.
02) Poderão ser formadas 300 comissões compostas por 6 profissionais, sendo cada uma dessas constituída por 2 ortopedistas, 2 cardiologistas, 1 neurologista e 1 cirurgião geral.
04) Poderão ser formadas 3.003 comissões diferentes compostas por 10 profissionais cada.
08) Poderão ser formadas mais do que 500 comissões diferentes compostas por 12 profissionais cada.

6. Em relação aos anagramas da palavra PRONTA, assinale o que for correto.

01) 120 desses anagramas iniciam com P.
02) Em 240 desses anagramas as letras P e R permanecem juntas.
04) Colocando-se todos os possíveis anagramas em ordem alfabética, a palavra PRANTO ocupa a posição 434.
08) 24 desses anagramas iniciam com P e terminam com A.
16) Em 144 desses anagramas todas as consoantes ficam juntas

7. Considerando os anagramas da palavra "COVID", assinale o que for correto.

01) Em 36 anagramas, temos o C na 1ª posição ou o I na 2ª posição.
02) Temos 24 anagramas começando com C.
04) Em 6 anagramas, temos o C na 1ª posição e o I na 2ª posição.
08) Em 48 anagramas, temos uma vogal na última posição.

8. Considerando as afirmações abaixo, assinale o que for correto.

a = número de elementos do espaço amostral "lançamento de um dado".
b = número de elementos do espaço amostral "lançamento de três moedas".
c = número de elementos do espaço amostral "lançamento de duas moedas".

01) Uma comissão de quatro homens e três mulheres deve ser escolhida dentre seis homens e cinco mulheres. O número de comissões formadas é $5a+5b+20c$.
02) O número de anagramas que formamos com a palavra GARRAFA é um múltiplo de c.
04) $A_{b,c}=1680$.
08) Se em uma circunferência marcamos a pontos distintos, então o número de triângulos determinados por esses pontos é 120.
16) O número de anagramas da palavra CADERNO que terminam por consoantes é um número divisível por $a+b+c+1$.

9. Um grupo é formado por seis mulheres, entre elas, Maria e sete homens, entre eles, Manoel. Considerando que desse grupo se quer extrair uma comissão constituída por quatro pessoas, assinale o que for correto.

01) É possível formar um total de 715 comissões.
02) É possível formar 315 comissões compostas de duas mulheres e dois homens.
04) É possível formar 470 comissões com, pelo menos, duas mulheres.
08) É possível formar 90 comissões com dois homens, dentre os quais, Manoel, e duas mulheres, mas sem incluir Maria.
16) É possível formar 165 comissões em que Manoel participa, mas Maria não.

10. Uma escola identifica as cadeiras e as mesas das salas de aula com etiquetas alfanuméricas. A etiqueta de cada cadeira é composta por uma sequência de duas vogais (escolhidas entre as 5 possíveis) e de 4 algarismos escolhidos entre $0, 1, 2, 3$ e 4. A etiqueta de uma mesa, por sua vez, apresenta duas consoantes (escolhidas entre as 10 primeiras consoantes do alfabeto) e 4 algarismos escolhidos entre $5, 6, 7, 8$ e 9. Por exemplo, uma possível etiqueta para uma cadeira é AU1302 e uma possível etiqueta para uma mesa é CD6787.

Com base nessas informações e em conhecimentos correlatos, assinale o que for **correto**.

01) O número de etiquetas distintas possíveis para as mesas é o dobro do número de etiquetas distintas possíveis para as cadeiras.
02) O número de etiquetas distintas possíveis para as mesas, com todas as letras distintas e com todos os algarismos distintos, é igual a $\frac{10!}{8!} + 5!$.
04) O número de etiquetas distintas possíveis para as cadeiras, com todas as letras distintas e com todos os algarismos distintos, é igual a $\frac{(5!)^2}{6}$.
08) O número de etiquetas distintas possíveis para as cadeiras, usando-se apenas as vogais O e U e com todos os algarismos distintos, é igual a 480.
16) O número de etiquetas distintas possíveis para as mesas, em que os algarismos são todos idênticos, é igual a 500.

11. Um grupo de profissionais é formado por seis advogados e oito engenheiros. Considerando que serão formadas comissões com cinco destes profissionais, assinale o que for correto.

01) Podem ser formadas menos que 55 comissões sem nenhum advogado.
02) Em 420 dessas comissões apenas um advogado participa.
04) Em 1946 dessas comissões pelo menos um advogado participa.
08) Podem ser formadas 120 comissões com apenas um engenheiro.
16) Podem ser formadas mais de duas mil comissões distintas.

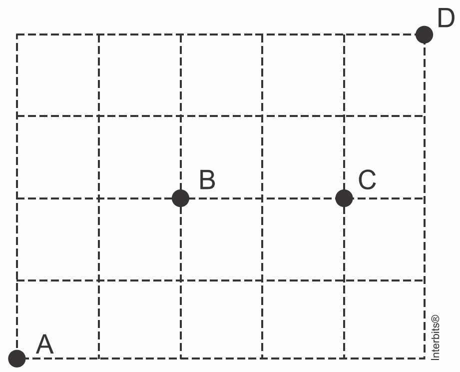
12. Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

01) Em uma competição, o pódio é composto pelos 5 primeiros colocados. Se há 100 competidores, o número de pódios possíveis é $\frac{100!}{5!}$.
02) O número 540 tem 20 divisores positivos.
04) Há 720 maneiras distintas de se escolher 3 livros dentre 10 livros diferentes disponíveis.
08) Com os algarismos $0, 2, 5, 6$ e 7 podemos formar 60 números de três algarismos distintos.
16) Com os algarismos $1, 3, 4, 5, 7$ e 8 podemos formar $6!$ números ímpares de 6 algarismos distintos.

13. A primeira fase de um campeonato de futebol é disputada por 35 times, divididos em 5 grupos, com 7 times em cada grupo, os quais disputam entre si. Dois times de cada grupo são selecionados para a segunda fase desse mesmo campeonato, num total de 10 times, os quais jogam entre si. Se p é o número de jogos a serem realizados na primeira fase e q o número de jogos a serem realizados na segunda fase, assinale o que for correto.

01) $p > 100$
02) $p - q = 60$
04) q é um múltiplo de 9.
08) $q < 50$

14. Quatro pontos estão representados na malha quadriculada abaixo. Deseja-se criar um caminho de um ponto a outro apenas com segmentos sobre as linhas tracejadas e com o menor comprimento possível. Sobre o exposto, assinale o que for **correto**.



01) Existem exatamente 30 caminhos de A até D.
02) Existem exatamente 10 caminhos de A até D que passam por C.
04) Existem exatamente 9 caminhos de A até C que não passam por B.
08) Existem exatamente 6 caminhos de A até D que passam por B e por C.
16) Existem mais de 20 caminhos de A até D que passam por B ou por C.

15. Desejando fazer algumas reivindicações ao reitor, de um grupo de três acadêmicos, quatro funcionários administrativos e cinco professores, forma-se uma comissão de três membros. A partir do que foi exposto e considerando que x é o número de possíveis comissões que podem ser formadas, assinale o que for correto.

01) $x = 185$, se for exigido que pelo menos um membro da comissão seja professor.
02) $x = 48$, se for exigido que pelo menos dois dos membros da comissão sejam funcionários.
04) $x = 108$, se for exigido que somente um dos membros da comissão seja acadêmico.
08) $x > 300$, se não houver nenhuma restrição além da quantidade de pessoas na comissão.
16) $x = 60$, se a comissão for formada por um acadêmico, um funcionário e um professor.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
02 + 08 + 16 = 26.

[01] Falsa. A quantidade de números que podem ser formados nessas condições é de:

$$p_5^{3,2} = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

[02] Verdadeira. Número de maneiras de escolhermos 8 balas dentre 10:

$$C_{10,8} = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

[04] Falsa. Número de maneiras de escolhermos os vértices do triângulo (3 pontos):

$$C_{8,3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$$

[08] Verdadeira. Número de maneiras de pintarmos o mapa da região Sul do Brasil (com 3 estados):

$$A_{6,3} = \frac{6!}{3!} = 120$$

[16] Verdadeira. Quantidade de anagramas que podem ser formados com as condições dadas:

$$\underbrace{1}_{R} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \underbrace{4}_{\substack{\text{posições} \\ \text{da letra R}}} = 240$$

Resposta da questão 2:
04 + 16 = 20.

[01] Falsa. O número de maneiras de escolhermos 3 números pares distintos dentre os elementos do conjunto dado (considerando que há 15 pares e 16 ímpares) é:

$$C_{15,3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} = 455$$

[02] Falsa. O número de senhas possíveis é igual a:
5! = 120

[04] Verdadeira. Quantidade de múltiplos de 5 com 4 algarismos distintos (sabendo que o último algarismo só pode ser o 5):

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 120$$

[08] Falsa. Resolvendo:

$$\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 42$$

$$\frac{(n+3)(n+2)\cancel{(n+1)!}}{\cancel{(n+1)!}} = 42$$

$$n^2 + 2n + 3n + 6 = 42$$

$$n^2 + 5n - 36 = 0$$

$$n = 4$$

[16] Verdadeira. Como há o produto $2 \cdot 5 = 10$ em todos os fatoriais da primeira soma, todos eles terminam em 0. Sendo assim, o algarismo das unidades dessa soma é 0. E a segunda soma vale:
12 + 14 + 16 + 18 + 20 = 80

Logo, ambas as somas possuem o mesmo algarismo das unidades.

Resposta da questão 3:
04 + 08 + 16 = 28.

[01] Falsa. Para n = 0:

$$(2n)! = (2 \cdot 0)! = 0! = 1$$

$$2! \cdot n! = 2 \cdot 0! = 2 \cdot 1 = 2$$

[02] Falsa. O número de partidas é dado por:

$$2 \cdot C_{20,2} = 2 \cdot \frac{20 \cdot 19}{2} = 380$$

[04] Verdadeira. Há 5 possibilidades para o primeiro algarismo e 3 para o segundo (os ímpares 5, 7 e 9). Logo, a quantidade de números possíveis é:

$$5 \cdot 3 = 15$$

[08] Verdadeira. O número de anagramas com a palavra AULAS (considerando a repetição das duas letras A) é igual a:

$$p_5^2 = \frac{5!}{2!} = 60$$

[16] Verdadeira. Quantidade de maneiras de escolher 6 quartos dentre os 15:

$$C_{15,6} = \frac{15!}{9!6!} = 5005$$

Quantidade de maneiras de escolher as 6 pessoas para coloca-las nos quartos:

$$6! = 720$$

Sendo assim, a quantidade total de maneiras supera um milhão, pois:

$$5005 \cdot 720 = 3603600$$

Resposta da questão 4:
01 + 16 = 17.

[01] Verdadeira. Com os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, a quantidade de números naturais de quatro algarismos distintos que podemos formar é:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 5!$$

[02] Falsa. Segundo o Princípio Fundamental da Contagem, o número total de possibilidades para o resultado da ocorrência simultânea de dois eventos, cada um deles com n possibilidades distintas é n^2.

[04] Falsa. Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, a quantidade de números naturais ímpares de cinco algarismos distintos que podemos formar é:

$$\underline{4}\cdot\underline{3}\cdot\underline{2}\cdot\underline{1}\cdot\underset{\substack{1\\3\\5}}{\underline{3}} = 72 \neq 5!$$

[08] Falsa. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, a quantidade de números naturais de quatro algarismos distintos que podemos formar é:
$9\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 3024$

[16] Verdadeira. Como temos 9 números negativos e 9 positivos, a quantidade de possibilidades distintas para a escolha de quatro desses números de modo que o seu produto seja positivo é de:

$$\underbrace{C_{9,\,4}}_{\text{4 positivos}} + \underbrace{C_{9,\,4}}_{\text{4 negativos}} + \underbrace{C_{9,\,2}\cdot C_{9,\,2}}_{\text{2 positivos e 2 negativos}} = 126 + 126 + 36$$

Resposta da questão 5:
02 + 04 = 06.

[01] Falsa. Existem $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} = 3$ maneiras de escolher 2 ortopedistas, $\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix} = \dfrac{5!}{3!\cdot 2!} = 10$ modos de escolher 3 cardiologistas, $\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix} = 1$ maneira de escolher 2 neurologistas e $\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix} = 10$ modos de escolher 2 cirurgiões gerais. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que uma comissão de 9 profissionais, como descrito, pode ser formada de $3\cdot 10\cdot 1\cdot 10 = 300$ maneiras.

[02] Verdadeira. De fato, Existem $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} = 3$ maneiras de escolher 2 ortopedistas, $\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix} = 10$ modos de escolher 3 cardiologistas, $\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = 2$ maneiras de escolher 1 neurologista e $\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix} = 5$ modos de escolher 1 cirurgião geral. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que uma comissão de 6 profissionais, como descrito, pode ser formada de $3\cdot 10\cdot 2\cdot 5 = 300$ maneiras.

[04] Verdadeira. Com efeito, pois $\begin{pmatrix}15\\10\end{pmatrix} = \dfrac{15!}{10!\cdot 5!} = 3003.$

[08] Falsa. Na verdade, o número de maneiras diferentes de formar uma comissão com 12 profissionais é
$\begin{pmatrix}15\\12\end{pmatrix} = \dfrac{15!}{12!\cdot 3!} = 455.$

Resposta da questão 6:
01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31.

[01] Verdadeira. De fato, fixando a letra $P,$ temos $P_5 = 5! = 120$ anagramas.

[02] Verdadeira. Considerando as letras P e R como uma única letra, temos $P_5 = 5! = 120$ permutações. Ademais, ainda é possível dispor as letras P e R de $P_2 = 2! = 2$ maneiras. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que existem $120\cdot 2 = 240$ anagramas com as letras P e R juntas e em qualquer ordem.

[04] Verdadeira. Existem $3\cdot P_5 = 3\cdot 5! = 360$ anagramas que começam por uma das letras A, N ou $O.$
Fixando a letra P na primeira posição, existem 3 modos de escolher a segunda letra $(A, N$ ou $O)$ e $P_4 = 4! = 24$ modos de dispor as outras letras. Logo, temos mais $3\cdot 24 = 72$ anagramas.
Os dois próximos anagramas são PRANOT e PRANTO.
Em consequência, a palavra PRANTO ocupa a posição $360 + 72 + 2 = 434.$

[08] Verdadeira. Fixando as letras P e $A,$ podemos dispor as outras 4 letras de $P_4 = 4! = 24$ maneiras.

[16] Verdadeira. Considerando as consoantes N, P, R e T como sendo uma única letra, temos $P_3 = 3! = 6$ anagramas. Ademais, ainda podemos permutar as consoantes entre si de $P_4 = 4! = 24$ modos. Desse modo, pelo Princípio Multiplicativo, em $6\cdot 24 = 144$ anagramas todas as consoantes ficam juntas.

Resposta da questão 7:
02 + 04 + 08 = 14.

Total de anagramas da palavra COVID: 5! = 120
Total de Anagramas da palavra COVID começando com C: 4! = 24
Total de Anagramas da palavra COVID com I na segunda posição: 4! = 24
Total de Anagramas da palavra COVID começando com CI: 6

[01] Falsa, o correto é 24.
[02] Verdadeira.
[04] Verdadeira.
[08] Verdadeira, pois $4!\cdot 2 = 48.$

Resposta da questão 8:
01 + 02 + 04 = 07.

Do enunciado, temos que:

$$a = 6$$
$$b = 2^3 = 8$$
$$c = 2^2 = 4$$

[01] Verdadeira. O número de comissões formadas é de:

$$C_{6,4} \cdot C_{5,3} = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 150$$

E:

$$5a + 5b + 20c = 5 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 20 \cdot 4 = 150$$

[02] Verdadeira. O número de anagramas é igual a:

$$p_7^{3,2} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

420 é múltiplo de 4.

[04] Verdadeira. Calculando:

$$A_{8,4} = \frac{8!}{4!} = 1680$$

[08] Falsa. O número de triângulos formados é dado por:

$$C_{6,3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$$

[16] Falsa. Temos 3 vogais e 4 consoantes. Logo:

$$\underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underbrace{\underline{4}}_{C} = 2880$$

E:

$$a + b + c + 1 = 6 + 8 + 4 + 1 = 19$$

2880 não é divisível por 19.

Resposta da questão 9:
01 + 02 + 04 + 16 = 23.

[01] Verdadeira. Total de comissões que podem ser formadas:

$$C_{13,4} = \frac{13!}{4!9!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 715$$

[02] Verdadeira. Total de comissões formadas por 2 mulheres e 2 homens:

$$C_{6,2} \cdot C_{7,2} = \frac{6!}{2!4!} \cdot \frac{7!}{2!5!} = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} = 315$$

[04] Verdadeira. Número de comissões com pelo menos 2 mulheres:

$$\underbrace{C_{6,2} \cdot C_{7,2}}_{2M\text{ e }2H} + \underbrace{C_{6,3} \cdot C_{7,1}}_{3M\text{ e }1H} + \underbrace{C_{6,4}}_{4M} = 15 \cdot 21 + 20 \cdot 7 + 15 = 4$$

[08] Falsa. Número de comissões nas condições dadas:

$$\underbrace{C_{6,1}}_{H} \cdot \underbrace{C_{5,2}}_{M} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{5!}{2!3!} = 6 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 60$$

[16] Verdadeira. Número de comissões incluindo Manoel e excluindo Maria:

$$C_{11,3} = \frac{11!}{3!8!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2} = 165$$

Resposta da questão 10:
04 + 08 + 16 = 28.

[01] Falsa. Número de etiquetas distintas possíveis para as:

Cadeiras:

$$\underbrace{\underline{5} \cdot \underline{5}}_{\text{vogais}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5}}_{\text{algarismos}} = 5^6$$

Mesas:

$$\underbrace{\underline{10} \cdot \underline{10}}_{\text{consoantes}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5}}_{\text{algarismos}} = 10^2 \cdot 5^4$$

Calculando a razão entre as possibilidades, obtemos:

$$\frac{10^2 \cdot 5^4}{5^6} = \left(\frac{10}{5}\right)^2 = 4$$

[02] Falsa. Neste caso, teríamos:

$$\underbrace{\underline{10} \cdot \underline{9}}_{\text{consoantes}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2}}_{\text{algarismos}} = \frac{10!}{8!} \cdot 5!$$

[04] Verdadeira. Calculando:

$$\underbrace{\underline{5} \cdot \underline{4}}_{\text{vogais}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2}}_{\text{algarismos}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \frac{(5!)^2}{6}$$

[08] Verdadeira. Para a condição citada, teríamos:

$$\underbrace{\underline{2} \cdot \underline{2}}_{\text{vogais}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2}}_{\text{algarismos}} = 480$$

Obs: o item deveria ter usado o conectivo 'ou' ao invés de 'e' ao se referir a "O e U".

[16] Verdadeira. Para este caso, o número de possibilidades é igual a:

$$\underbrace{\underline{10} \cdot \underline{10}}_{\text{consoantes}} \cdot \underbrace{\underline{5} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1}}_{\text{algarismos}} = 500$$

Resposta da questão 11:
02 + 04 + 08 + 16 = 30.

[01] Falsa. Na verdade, temos $\binom{8}{5} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$ possibilidades de formar uma comissão sem nenhum advogado.

[02] Verdadeira. De fato, existem

$\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{4} = 6 \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = 420$ possibilidades de formar uma comissão em que figura apenas um advogado.

[04] Verdadeira. Com efeito, há $\binom{14}{5} = \frac{14!}{5! \cdot 9!} = 2002$ maneiras de formar uma comissão de 5 pessoas com quaisquer dos 14 profissionais. Logo, o número de possibilidades de formar uma comissão com pelo menos um advogado é $2002 - 56 = 1946.$

[08] Verdadeira. De fato, existem

$\binom{8}{1} \cdot \binom{6}{4} = 8 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 120$ possibilidades de formar uma comissão em que figura apenas um engenheiro.

[16] Verdadeira. Com efeito, existe um total de 2002 possibilidades.

Resposta da questão 12:
02.

[01] Falsa. Na verdade, o resultado é igual a

$A_{100,5} = \frac{100!}{95!}.$

[02] Verdadeira. Sendo $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, podemos concluir que o número de divisores positivos de 540 é $(2+1)(3+1)(1+1) = 24.$ Portanto, se 540 possui 24 divisores positivos, então, necessariamente, 540 possui 20 divisores positivos.

[04] Falsa. Na verdade, o resultado é $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120.$

[08] Falsa. Há 4 modos de escolher o algarismo das centenas, 4 maneiras de escolher o das dezenas e 3 modos de escolher o das unidades. Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o resultado é $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48.$

[16] Falsa. Como desejamos números ímpares, existem 4 maneiras de escolher o algarismo das unidades. Fixado o algarismo das unidades, podemos permutar os outros cinco restantes. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $4 \cdot P_5 = 4 \cdot 5! < 6 \cdot 5! = 6!.$

Resposta da questão 13:
01 + 02 + 04 + 08 = 15.

Vamos supor que em ambas as fases não há returno.

[01] Verdadeira. De fato, pois

$$p = 5 \cdot \binom{7}{2} = 5 \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} = 105 > 100.$$

[02] Verdadeira. Com efeito, pois

$$p - q = 105 - \binom{10}{2} = 105 - \frac{10!}{8! \cdot 2!} = 105 - 45 = 60.$$

[04] Verdadeira. De fato, pois $q = 45 = 5 \cdot 9.$

[08] Verdadeira. Com efeito, pois $q = 45 < 50.$

Resposta da questão 14:
04 + 16 = 20.

Considerando a legenda L (leste) e N (norte), temos:

A até B (LLNN): $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

A até C (LLLLNN): $\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$

A até D (LLLLLNNNN): $\frac{9!}{5! \cdot 4!} = 126$

B até C (LL): 1

B até D (LLLNN): $\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$

C até D (LNN): $\frac{3!}{2!} = 3$

[01] Falsa. Existem 126 caminhos de A até $D.$

[02] Falsa, pois $15 \cdot 3 = 45.$

[04] Verdadeira.
Número de caminhos de A até C: 15
Número de caminhos de A até C passando por B: $6 \cdot 1 = 6$
Número de caminhos de A até C que não passam por B: $15 - 6 = 9$

[08] Falsa, pois $6 \cdot 1 \cdot 3 = 18.$

[16] Verdadeira.
Número de caminhos de A até D: 126
Número de caminhos de A até D passando por B: $6 \cdot 10 = 60$
Número de caminhos de A até D passando por C: $15 \cdot 3 = 45$
Número de caminhos de A até D passando por B e por C: $6 \cdot 1 \cdot 3 = 18$

Número de caminhos de A até D passando por B ou por C: $60 + 45 - 18 = 87$

Resposta da questão 15:
01 + 04 + 16 = 21.

O número de comissões que podem ser formadas sem qualquer restrição é dado por

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 220.$$

[01] Verdadeira. De fato, o número de possibilidades nas quais não há nenhum professor é igual a $\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35.$ Portanto, segue que $x = 220 - 35 = 185.$

[02] Falsa. O número de possibilidades nas quais não figura nenhum funcionário é $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56,$ e o número de possibilidades em que há exatamente um funcionário é igual a $\binom{4}{1} \cdot \binom{8}{2} = 4 \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} = 112.$ Em consequência, a resposta é $x = 220 - 56 - 112 = 52.$

[04] Verdadeira. De fato, pois $x = \binom{3}{1} \cdot \binom{9}{2} = 3 \cdot \frac{9!}{2! \cdot 7!} = 3 \cdot 36 = 108.$

[08] Falsa. Conforme mostrado acima, o resultado é $220.$

[16] Verdadeira. Com efeito, de acordo com o Princípio Multiplicativo, temos $x = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$