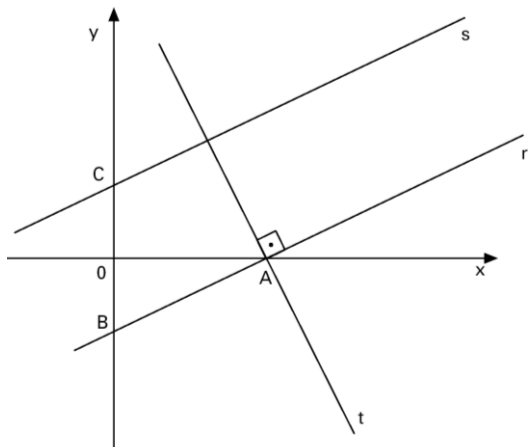


- 26) (UEM) Considere as retas r , s e t , dadas no gráfico ao lado. Sabe-se que a equação de r é $2y = x - 3$, que os pontos B e C são simétricos em relação ao eixo das abscissas, que as retas r e s são paralelas e que t é perpendicular a r . Nessas condições, é correto afirmar que:



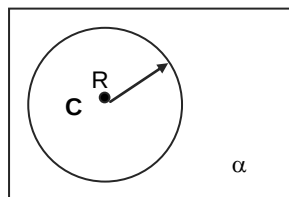
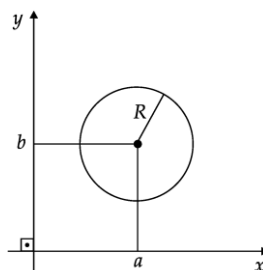
01. o ponto A sobre o eixo x , interseção de r e t , é $(2,0)$.
 02. o ponto C é $(0, \frac{3}{2})$.
 04. a distância entre r e s é 3 .
 08. os coeficientes angulares das retas r , s e t são, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ e -2 .
 16. a equação da reta t é $y = -2x + 6$.
 32. a equação da reta horizontal que passa por A é $x = 0$.
 64. a equação da reta vertical que passa por A é $x = 3$.

GABARITO

- 1) $-1/2$ 2) a 3) $x + 2y - 5 = 0$
 4) a 5) c 6) 04 7) 04
 8) a) 1 b) $y = x + 2$ c) $y = -x + 7$
 9) c
 10) F, V, V, V
 11) a 12) c 13) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 14) 26 15) 22 16) 26
 17) d 18) 02 19) 23 20) 15 21) 11 22) 40
 23) 58 24) e 25) 09 26) 90

UNIDADE 04**ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA****1. Definição**

Denomina-se circunferência ao conjunto de pontos de um plano α que equidistam de um ponto C denominado centro da circunferência. Essa distância é denominada raio da circunferência.

**2. Equação da circunferência**

Seja $C(a, b)$ o centro da circunferência e $P(x, y)$ um ponto genérico pertencente à circunferência, a distância de C a P é o raio da circunferência. Pode-se escrever a equação da circunferência das seguintes formas:

2.1. Equação Reduzida:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Exemplo: Determinar a equação da circunferência de raio 3 e centro $C(2, 5)$

$$\begin{aligned} \text{Resolução: } (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 &= R^2 \\ (x - 2)^2 + (y - 5)^2 &= 3^2 \end{aligned}$$

Logo, a equação procurada é: $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$

CASO PARTICULAR: Se a circunferência possuir centro na origem, então a equação $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ fica reduzida a: $x^2 + y^2 = R^2$

2.2. Equação Geral:

A Equação Geral da circunferência se obtém desenvolvendo a equação reduzida. Veja:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 + (y - b)^2 &= R^2 \\ x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 &= R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 &= 0 \\ \mathbf{x^2 + y^2 + Ax + By + C} &= \mathbf{0} \\ \text{onde: } \mathbf{A} &= -2a; \mathbf{B} = -2b; \mathbf{C} = a^2 + b^2 - R^2 \end{aligned}$$

CURSO DE MATEMÁTICA

Exemplo: Determinar a equação geral da circunferência de raio 3 e centro C(2, 5)

$$\begin{aligned}\text{Resolução: } (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 &= R^2 \\ (x - 2)^2 + (y - 5)^2 &= 3^2 \\ (x - 2)^2 + (y - 5)^2 &= 9 \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 &- 9 = 0\end{aligned}$$

Logo, a equação geral é $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 20 = 0$

3. Condição de existência

Vamos comparar a equação de uma circunferência com uma equação do 2º grau completa.

$$x^2 + y^2 + Kxy + Ax + By + C = 0$$

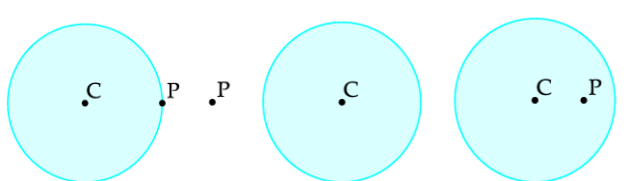
Sendo assim essa equação só irá representar a equação de uma circunferência se e só se:

- Os coeficientes de x^2 e y^2 forem iguais e diferentes de zero.
- Não existir termo em xy , ou seja ter $K = 0$.
- $A^2 + B^2 - 4AC > 0$

4. Posições relativas da circunferência

4.1. Ponto e Reta

Dado um ponto $P(x_P, y_P)$ do plano e uma circunferência $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$. Em relação a circunferência, o ponto P pode assumir as seguintes posições:

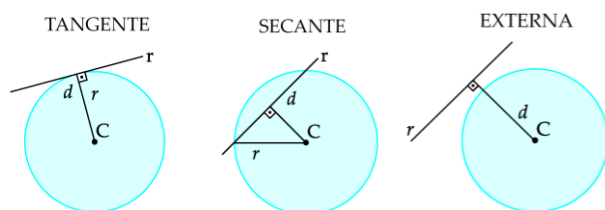


Para determinar a posição do ponto P em relação a circunferência, substitui-se as coordenadas de P na equação da circunferência. Assim, podemos ter:

- $(x_P - \alpha)^2 + (y_P - \beta)^2 - R^2 < 0 \Rightarrow P$ interior à circunferência
- $(x_P - \alpha)^2 + (y_P - \beta)^2 - R^2 = 0 \Rightarrow P$ pertence à circunferência
- $(x_P - \alpha)^2 + (y_P - \beta)^2 - R^2 > 0 \Rightarrow P$ exterior à circunferência

4.2. Reta e Circunferência

Dada uma reta $ax + by + c = 0$ do plano, e uma circunferência $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$. Em relação à circunferência, a reta pode assumir as seguintes posições:



Para determinar a posição da reta r em relação a circunferência, substitui-se a equação da reta na equação da circunferência. Assim, teremos uma equação do

2º Grau. Então, se:

- $\Delta < 0 \Rightarrow$ reta externa (não existe ponto de intersecção)
- $\Delta = 0 \Rightarrow$ reta tangente (existe um ponto de intersecção)
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ reta secante (existe dois pontos de intersecção)

Caso exista o(s) ponto(s) de intersecção, esse(s) são obtidos por um sistema de equações.

Exercícios

01) Determine as coordenadas do centro e o raio das seguintes circunferências dadas pelas equações abaixo:

a) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$

b) $(x + 2)^2 + y^2 = 25$

c) $x^2 + (y - 1)^2 = 81$

d) $x^2 + y^2 = 9$

e) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

f) $2x^2 + 2y^2 - 12x + 8y - 6 = 0$

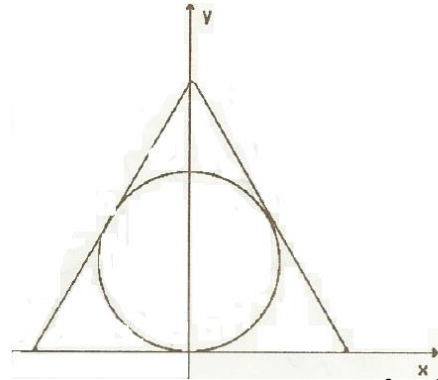
02) (UDESC) Se as retas de equações $x + 2y = -6$ e $6x + y = 8$ se interceptam no centro de uma circunferência de raio unitário, a equação dessa circunferência é:

- a) $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 1 = 0$
- b) $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 19 = 0$
- c) $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 19 = 0$
- d) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 1 = 0$
- e) $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$

03) (UEL- 2011) Determine a equação da circunferência centrada no vértice da parábola $y = x^2 - 6x + 8$ e que passa pelos pontos em que a parábola corta o eixo x .

- a) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- b) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 2$
- c) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$
- d) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = \sqrt{2}$
- e) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

04) (UFRGS) Na figura abaixo, o círculo está inscrito no triângulo equilátero.



Se a equação da circunferência é $x^2 + y^2 = 2y$, então, o lado do triângulo mede

- a) 2
- b) $2\sqrt{3}$
- c) 3
- d) 4
- e) $4\sqrt{3}$

05) (UFSC) A afirmação seguinte está CORRETA?

Se a reta r passa pelos pontos $A(6,0)$ e $B(0,3)$ do plano cartesiano, então a equação da circunferência tangente à reta r com centro em $O(0,0)$ é $x^2 + y^2 = \frac{36}{5}$.

CURSO DE MATEMÁTICA

06) Determine as coordenadas do centro e o raio de cada circunferência abaixo:

a) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

b) $(x - 3)^2 + (y + 7)^2 = 4$

c) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 15 = 0$

07) (UFPR) Considerando a circunferência C de equação $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$, avalie as seguintes afirmativas:

1. O ponto P(4,2) pertence a C.

2. O raio de C é 5.

3. A reta $y = \frac{4}{3}x$ passa pelo centro de C.

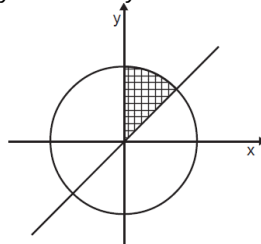
Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira
- b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira
- c) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras
- d) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras
- e) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras

08) (UFPR) Qual das seguintes retas passa pelo centro da circunferência $x^2 + y^2 + 4y - 3 = 0$?

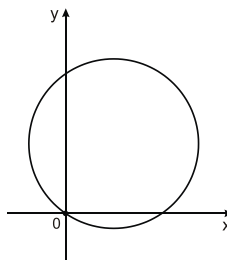
- a) $x + 2y = 4$.
- b) $5x - y = 2$.
- c) $x + y = 0$.
- d) $x - 5y = -2$.
- e) $2x + y = 7$.

09) (PUC - RS) A figura abaixo representa as curvas $y = x$ e $x^2 + y^2 = 4$. A área da região assinalada é:



- a) $\frac{\pi}{8}$
- b) $\frac{\pi}{4}$
- c) $\frac{\pi}{2}$
- d) 2π
- e) 4π

10) (UFRGS) Observe, abaixo, o círculo representado no sistema de coordenadas cartesianas.



Uma das alternativas a seguir apresenta a equação desse círculo. Essa alternativa é

- a) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$
- b) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 13$
- c) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$
- d) $(x - 2)^2 + y^2 = 10$
- e) $x^2 + (y + 3)^2 = 13$

11) (UFRGS) Os pontos de intersecção do círculo de equação $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$ com os eixos coordenados são vértices de um triângulo. A área desse triângulo é:

- a) 22
- b) 24
- c) 25
- d) 26
- e) 28

12) (UEL) Considere as retas $r: x + 2y - 4 = 0$, $s: 2x + y - 5 = 0$ e o círculo $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 0$. A reta que passa pelo centro do círculo e pela intersecção das retas r e s é

- a) $x - 3y - 2 = 0$
- b) $x - y - 1 = 0$
- c) $2x - y - 3 = 0$
- d) $x + 3y - 7 = 0$
- e) $x + 3y - 5 = 0$

13) (IFSC) Considerando a circunferência $C: x^2 + y^2 + 4x + 6y + 9 = 0$, analise as proposições e assinale no cartão-resposta a soma da(s) CORRETA(S).

- 01. O centro desta circunferência está no terceiro quadrante do plano cartesiano.
- 02. O raio dessa circunferência mede 3 unidades de comprimento.
- 04. A reta $y = 0$ é tangente à circunferência.
- 08. A distância do centro da circunferência até a origem do plano cartesiano é $\sqrt{13}$ unidades de comprimento.
- 16. A equação da reta que passa pelo centro desta circunferência e pela origem do plano cartesiano é $-2x + 3y = 0$.
- 32. O comprimento desta circunferência é 9π cm.

14) Seja a circunferência λ , de equação $x^2 + y^2 - 4x = 0$. Determinar a área da região limitada por λ .

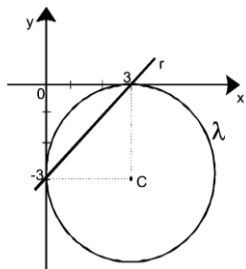
- a) 4π
- b) 2π
- c) 5π
- d) 3π
- e) 6π

CURSO DE MATEMÁTICA

15) (Mack-SP) O maior valor inteiro de k , para que a equação $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k = 0$ represente uma circunferência, é:

- a) 10
- b) 12
- c) 13
- d) 15
- e) 16

16) (ACAFE-SC) A figura abaixo representá um sistema de coordenadas cartesianaa, onde são tracejadas a circunferência λ e a reta r



Analise as afirmações abaixo, de acordo com a figura.

- I. A equação da circunferência λ é $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$
- II. A equação da reta r é $y = x - 3$
- III. O comprimento da circunferência é 9π u.c.
- IV. O comprimento da corda determinada pela intersecção de r e λ é 6 u.c.

Estão corretas, somente:

- a) II, III, IV
- b) I, II, III
- c) III, IV
- d) I, II
- e) I, IV

17) (UFMS) Considerando a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x = 0$, é correto afirmar que:

- 01. O centro da circunferência é o ponto de coordenadas $(-2; 0)$.
- 02. O ponto de coordenadas $(2; 2)$ pertence à circunferência.
- 04. A reta de equação $y = 2$ é tangente à circunferência.
- 08. O raio da circunferência é igual a 4.
- 16. A reta de equação $y = x - 2$ passa pelo centro da circunferência.

18) O eixo das abscissas determina no círculo $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 7 = 0$ uma corda de comprimento

19) (FGV-SP) A reta $3x + 4y - 6 = 0$ determina na circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ uma corda de comprimento igual a:

- a) 3
- a) b) $\sqrt{3}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) 6
- d) $2\sqrt{2}$

20) Calcule a área do círculo de centro (2, 5) sabendo que a reta $3x + 4y - 6 = 0$ é tangente a circunferência.

- a) 16π
- b) 4π
- c) 2π
- d) 32π
- e) n.d.a.

21) (UFSC) Considere a circunferência C: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ e a reta r: $4x + 3y - 10 = 0$.

Assinale no cartão-resposta a soma dos números associados à(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

- 01. $r \cap C = \emptyset$.
- 02. O centro de C é o ponto (3, 4).
- 04. A circunferência C intercepta o eixo das abscissas em 2 (dois) pontos e o das ordenadas em 1 (um) ponto.
- 08. A distância da reta r ao centro de C é menor do que 4.
- 16. A função y dada pela equação da reta r é decrescente.

22) (ACADE-SC) Um parque circular tem como limite a circunferência dada pela equação $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$. Se contornarmos esse parque com 3 voltas de arame, a quantidade de arame a ser utilizado é:

- a) $6\sqrt{2}\pi$
- b) $12\sqrt{2}\pi$
- c) 3π
- d) $2\sqrt{2}\pi$
- e) 6π

23) (PUC-PR) Os valores de m para os quais a reta de equação $3x + 4y + m = 0$ é tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$, são:

- a) -10 ou 10
- b) -20 ou 0
- c) -2 ou 2
- d) 7 ou 9
- e) 3 ou 4

24) (UDESC) Para que a equação $x^2 + y^2 - 4x + 8y + k = 0$ represente uma circunferência, devemos ter:

- a) $k < 20$
- b) $k > 13$
- c) $k < 12$
- d) $k > 12$
- e) $k < 10$

25) (UDESC) Considere a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico é uma parábola com vértice no centro na circunferência $4x^2 + 4y^2 - 12x - 16y - 3 = 0$ e que passa pelo ponto de intersecção da reta $y = 2x - 1$ com o eixo das ordenadas. Então o valor de $a + b + c$ é igual a:

- a) $\frac{3}{2}$
- b) $\frac{7}{9}$
- c) $\frac{13}{3}$
- d) $\frac{11}{3}$
- e) $\frac{5}{3}$

CURSO DE MATEMÁTICA

- 26) (UDESC) A Figura 4 apresenta o triângulo ABC inscrito em uma circunferência de centro O.

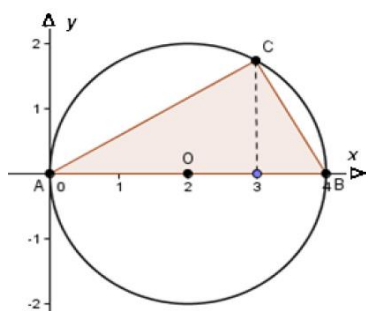


Figura 4: Triângulo ABC

Analise as afirmativas abaixo de acordo com a Figura 4.

- I – A área do triângulo ABC é igual a $2\sqrt{3}$ unidades de área.
- II – A equação da circunferência é dada por $x^2 + y^2 + 4x = 0$
- III – A equação da reta que passa pelos pontos A e C é dada por $y = 3x$
- IV – A medida do ângulo ABC é igual a 60°

Assinale a alternativa **correta**.

- a) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
- e) Somente a afirmativa I é verdadeira

- 27) *Falam alguns nas Ciências Matemáticas, como se a Aritmética, a Álgebra e a Geometria formassem partes inteiramente distintas. Puro engano! Todas se auxiliam mutuamente, se apóiam umas nas outras e, em certos pontos, se confundem.*

(TAHAN, Malba. O Homem que Calculava. Record, 1995.)

Considerando o sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, **todas** as alternativas es-tão corretas, **exceto** a:

- a) A reta $4x + 3y = 0$ é secante à circunferência de equação $x^2 + y^2 + 5x - 7y - 1 = 0$.
- b) A reta $2x + y - 8 = 0$ forma com os eixos coordenados um triângulo retângulo de 16 unidades de área.
- c) As circunferências C_1 e C_2 de equação $C_1: x^2 + y^2 = 100$ e $C_2: x^2 + y^2 - 12x - 12y + 68 = 0$ se tangenciam no ponto (6,8).
- d) As retas $3x + 2y - 1 = 0$ e $4x - 6y + 3 = 0$ são perpendiculares

- 28) (UFSC) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

- 01. Dois automóveis, A e B, deslocam-se no mesmo sentido com movimento uniforme em uma mesma estrada, que é reta. No instante $t = 0$, A se encontra no quilômetro zero e B no quilômetro 60. Se, no intervalo de $t = 0$ a $t = 1$ h, A percorreu 60 km e B percorreu 30 km, então A alcança B no instante $t = 2$ h ao passarem pelo marco de 90 km.
- 02. A reta que passa pela origem e pelo ponto médio do segmento AB com $A=(0,3)$ e $B=(5,0)$ tem coeficiente angular $\frac{3}{5}$.
- 04. A reta t de equação $4x + 3y - 6 = 0$ é tangente à circunferência C de equação $(x-4)^2 + y^2 = 4$ e perpendicular à reta s de equação $4x - 3y + 2 = 0$.
- 08. As circunferências C de equação $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 22 = 0$ e C' de equação $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$ são secantes.

29) Considere a figura 4.

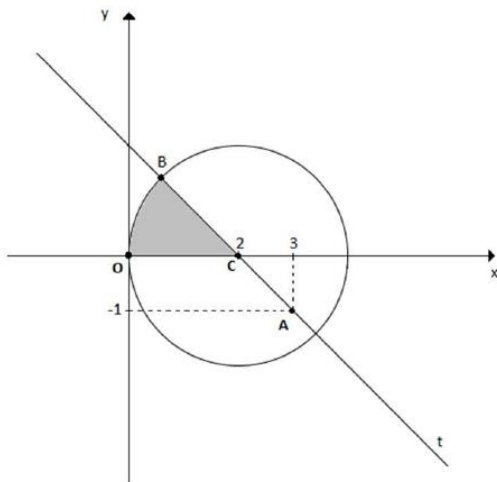


Figura 4

Em relação à Figura 4, é **correto** afirmar que:

- a circunferência e a reta se interceptam nos pontos de ordenadas $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$
- a equação da circunferência é $x^2 - 2x + y^2 = 0$.
- a distância da origem do sistema de coordenadas cartesianas à reta é de 2 unidades de comprimento.
- a equação da reta t é $y = x + 2$.
- a área da região sombreada é $\sqrt{2}$ unidades de área.

30) (IFSC) Quatro cidades foram representadas no plano cartesiano ortogonal através dos pontos A(1,0), B(-3,3), C(-7,0) e D(-3,-3). Com relação a essas informações, assinale no cartão-resposta a soma da(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- A distância entre as cidades A e B é igual à distância entre as cidades C e D.
- As quatro cidades são equidistantes da origem do sistema cartesiano.
- A reta que passa pelos pontos A e B é perpendicular à reta que passa pelos pontos B e D.
- Os pontos A, C e D pertencem à circunferência

$$(x+3)^2 + \left(y - \frac{7}{6}\right)^2 = \left(\frac{25}{6}\right)^2$$

- Os pontos A, B, C e D definem um quadrado de lado igual a 5 u.c.
- A distância entre as cidades A e C é igual à distância entre as cidades B e D.

GABARITO

- 1) a) C(2, 1) R = 4 b) C(-2, 0) R = 5 c) C(0, 1) R = 9
 d) C(0, 0) R = 3 e) C(2, 3) R = 5 f) C(3, -2) R = 4
 2) e 3) b 4) b 5) sim
 6) a) C(-2,2) R = 2 b) C(3, -7) R = 2 c) C(4,1) R = 4
 d) C(4, 2) R = $\sqrt{5}$
 7) e 8) b 9) c 10) c 11) b 12) e
 13) 09 14) a 15) b 16) d 17) 22 18) 08
 19) c 20) a 21) 28 22) a 23) b 24) a
 25) e 26) c 27) c 28) 10 29) a 30) 09

UNIDADE 05

ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

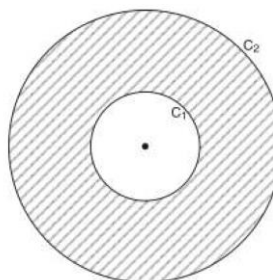
01) Assinale no cartão-resposta a soma dos números associados à(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ é a equação da circunferência de raio $r = 3$ que é concêntrica com a circunferência $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$.
02. O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $A(3, 2)$ e $B(-3, -1)$ é $\frac{1}{2}$.
04. O ponto $P(3, 4)$ é um ponto da circunferência de equação $x^2 + y^2 - x + 4y - 3 = 0$.
08. As retas $r: 2x - 3y + 5 = 0$ e $s: 4x - 6y - 1 = 0$ são perpendiculares.
16. Sabe-se que o ponto $P(p, 2)$ é eqüidistante dos pontos $A(3, 1)$ e $B(2, 4)$. A abscissa do ponto P é 1.

02) Determine o raio da circunferência C_1 , cujo centro é o ponto de intersecção da reta r de equação $x - y - 1 = 0$ com a reta s de equação $2x - y + 1 = 0$, sabendo que C_1 é tangente exteriormente à circunferência C_2 de equação $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 4 = 0$

03) O valor de k que transforma a equação $x^2 + y^2 + 14x - 18y + k = 0$, na equação de uma circunferência, de raio 6, é:

04) (UFPEL) Observe na gravura duas circunferências concêntricas C_1 e C_2 . A circunferência menor (C_1) delimita um círculo de área igual a $8\pi \text{ cm}^2$, e a maior (C_2) é representada pela equação abaixo $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 39 = 0$.



Com base nessas informações, analise as afirmativas abaixo, marcando (V), quando a afirmativa for verdadeira, e (F) quando for falsa.

- () A circunferência menor pode ser representada pela equação $2x^2 + 2y^2 + 4x - 12y + 4 = 0$
- () A área da região hachurada é $41\pi \text{ cm}^2$
- () O centro das circunferências é o ponto $(1, -3)$
- A alternativa que apresenta a seqüência correta é:

- a) V, V, V
b) F, V, V
c) V, F, V
d) F, F, F
e) V, V, F

05) (UDESC) O ponto $P(4,6)$ pertence à circunferência de raio r e centro $C(1,2)$; então o valor de r é:

- a) 5
- b) 4
- c) $\sqrt{5}$
- d) 3
- e) $\sqrt{3}$

06) (UDESC) O centro da circunferência $x^2 - 8y - 4x + y^2 + 11 = 0$ é o par ordenado:

- a) (-4, -2)
- b) (-2, -4)
- c) (4, 2)
- d) (2, 4)
- e) (-2, 4)

07) (PUC-PR) Sejam a reta $\frac{x}{10} + \frac{y}{20} = 1$ e a circunferência $x^2 + y^2 = 400$.

Assinale a alternativa correta.

- a) O ponto $A(0,10)$ é um ponto de intersecção.
- b) a distância entre os pontos de intersecção da reta com a circunferência é $16\sqrt{5}$
- c) O ponto $B(-16,12)$ é um ponto de intersecção.
- d) Os dois pontos de intersecção estão no mesmo quadrante.
- e) A reta que une os dois pontos de intersecção passa pela origem.

08) (UEL-PR) Na decoração de uma pré-escola são usadas placas com formas de figuras geométricas. Uma destas placas é formada por uma figura que pode ser definida por $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 \leq 0$ quando projetada em um plano cartesiano xy , onde x e y são dados em metros. Esta placa vai ser pintada usando duas cores, cuja separação é definida pela reta $y = x$ no plano xy . Considerando o plano cartesiano xy como referência, a região acima da reta será pintada de vermelho e a região abaixo da reta, de verde. Sabendo que a escola vai fazer 12 destas placas e que, é necessária uma lata de tinta para pintar $3m^2$ de placa, serão necessárias, no mínimo, quantas latas de tinta vermelha?

- a) 12
- b) 24
- c) 26
- d) 32
- e) 48

09) (UEL) Considere a reta r de equação $y - 2x - 2 = 0$. Com relação à representação geométrica da reta r no plano cartesiano, pode-se afirmar:

- I . A área do triângulo formado pela reta r e pelos eixos coordenados tem o valor de 1 unidade quadrada.
- II. A circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2$ contém todo o triângulo formado pela reta r e pelos eixos coordenados.
- III. A circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ tangencia a reta r .
- IV. A reta r é perpendicular à reta $2y + x + 10 = 0$.

A alternativa que contém todas as afirmativas corretas é:

- a) I e II
- b) I e III
- c) I e IV
- d) II e III
- e) II, III e IV

CURSO DE MATEMÁTICA

10) (ACAFE) Analise as afirmações a seguir.

- 1) A equação $(x + 1)^2 + y^2 = 9$ representa uma circunferência de centro $C(-1, 0)$ e raio $r = 3$
- 2) No plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto $C(1, 0)$ e raio $r = 1$ intercepta os eixos coordenados em quatro pontos.
- 3) O ponto $A(7, -10)$ pertence à circunferência de centro $C(1, -2)$. Portanto, o raio dessa circunferência é $r = 10$

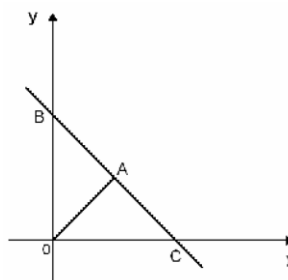
É (são) correta(s) a(s) afirmação(ões).

- a) apenas II
- b) II – III
- c) I – II – III
- d) I – III
- e) Apenas III

11) (UFRGS) A altura de um triângulo equilátero é igual ao diâmetro do círculo de equação $x^2 + y^2 = 3y$. Dois dos vértices do triângulo pertencem ao eixo das abscissas, e o outro, ao círculo. A equação da reta que tem inclinação positiva e que contém um dos lados do triângulo é

- a) $y = 3x + \sqrt{3}$
- b) $y = \sqrt{3}x + 3$
- c) $y = \sqrt{3}x + 1$
- d) $y = \sqrt{3}/3x - 3$
- e) $y = \sqrt{3}/3x + 3$

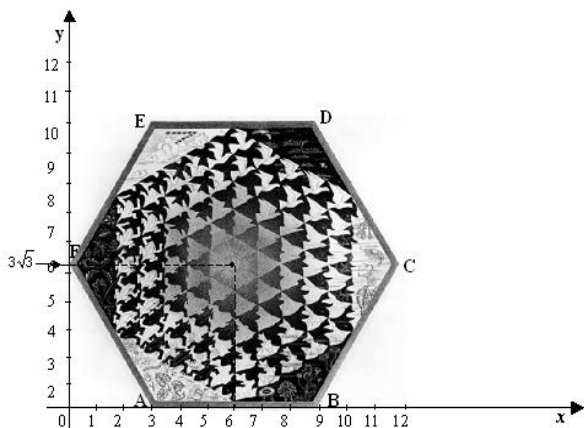
12) (UEPG) Considerando a figura abaixo, onde o ângulo $O\hat{A}C$ mede 90° , o ângulo $C\hat{O}A$ mede 45° e o segmento AO mede $\sqrt{2}$ u.c, assinale o que for correto.



01. A equação da reta BC é $x + y - 2 = 0$
02. A área do triângulo BOC vale 2 u. a
04. A é o ponto médio do segmento BC
08. A circunferência que tem centro em A e passa pela origem tem equação $(x - 1)^2 + (y - 1)^2$
16. O segmento BC vale $2\sqrt{2}$

13) (UFSC) Determine o número de pontos de intersecção dos gráficos das equações $x^2 + y^2 = 9$ e $x^2 - 3 = 0$ no plano cartesiano.

- 14) (UFSC) O artista holandês Maurits Cornelis Escher, que dedicou toda a sua vida às artes gráficas, criou uma grande série de litografias impregnadas de geometrismo, figurativismo e ornamentalidade. Traduziu visualmente e de modo sugestivo problemas matemáticos e geométricos em seus edifícios inacabados ou em suas fabulações caracterizadas por uma relação impressionante entre superfície e espaço. Na figura dada, *Verbum* (Terra, Céu e Águia), julho de 1942, litografia de autoria de M. C. Escher, tem-se o hexágono regular $ABCDEF$ com lado medindo 6 unidades de comprimento

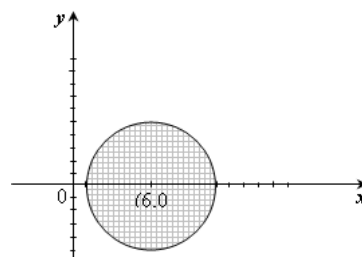


Com base na figura acima, assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. A equação da reta que contém o segmento $\overline{AF}$ é $\sqrt{3}x + y - 3\sqrt{3} = 0$.
02. A área do hexágono da figura, em unidades de área, é $9\sqrt{3}$.
04. A equação da mediatriz do segmento $\overline{AF}$ é $2\sqrt{3}x - 2y = 0$.
08. A equação da circunferência circunscrita ao hexágono da figura é $x^2 + y^2 - 12x - 6\sqrt{3}y + 27 = 0$.
16. O apótema do hexágono da figura mede $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ unidades de comprimento.

- 15) (UFSC) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. O efeito estufa é a retenção de calor na Terra causada pela concentração de diversos tipos de gases na atmosfera. Segundo os cientistas, o resultado mais direto do efeito estufa será o aumento da temperatura do planeta em até $5,8^\circ\text{C}$ ao final de 100 anos. Supondo que nos próximos 100 anos a temperatura do planeta aumente linearmente em função do tempo, então daqui a aproximadamente 34,4 anos haverá um acréscimo de 2°C nessa temperatura.
02. A figura a seguir representa parte do mapa de um país, em que o ponto $C(6,0)$ foi o epicentro de um terremoto cujos efeitos foram sentidos, no máximo, até um raio de 5 km. (Considere 1 unidade linear do plano cartesiano correspondendo a 1 km.) Com base na figura, pode-se afirmar que a região afetada pelo terremoto é representada, nesse sistema de eixos, pela inequação $x^2 + y^2 + 12x + 11 \leq 0$

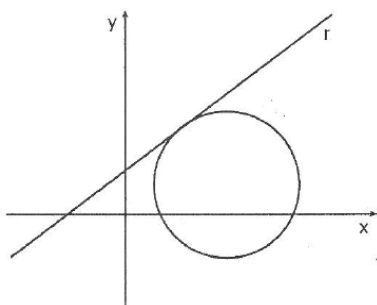


04. Um projétil desloca-se no plano cartesiano e seus deslocamentos, em metros, na horizontal e na vertical, são descritos, respectivamente, pelas equações: $\begin{cases} x = t + 5 \\ y = 3t + 6 \end{cases}$ em que $t(t \geq 0)$ representa o tempo em minutos. A distância percorrida pelo projétil entre o ponto A, para $t = 0$, e o ponto B, para $t = 5$ minutos, é de 20 metros.
08. Se, a partir de cada vértice de um cubo de madeira com x ($x > 2$) cm de aresta retirou-se um cubinho com 1 cm de aresta, então o volume do bloco remanescente, em cm^3 , após a retirada dos pequenos cubos, é $V = (x^2 + 2x + 4)(x - 2)$.

CURSO DE MATEMÁTICA

- 16) Dados uma circunferência de equação $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 17$ e a reta t de equação $4x - y + k = 0$, determine o maior valor de k , sabendo-se que a reta t é tangente à circunferência.

- 17) (UFRGS) Um círculo tangencia a reta r , como na figura abaixo.



O centro do círculo é o ponto $(7, 2)$ e a reta r é definida pela equação $3x - 4y + 12 = 0$.

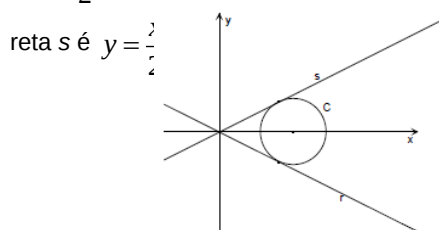
A equação do círculo é:

- a) $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 25$
- b) $(x + 7)^2 + (y + 2)^2 = 25$
- c) $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 36$
- d) $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 36$
- e) $(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 36$

- 18) (UFSC) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. As retas r e s são tangentes à circunferência C de centro $(4, 0)$, como mostra a figura ao lado. Se

$y = -\frac{x}{2}$ é a equação da reta r , então a equação da

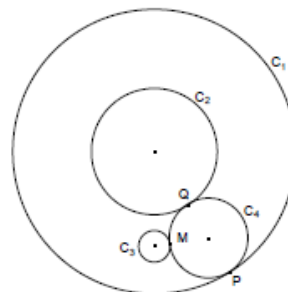


02. O ponto (a, b) pertence à reta $2x - y = 0$, está no primeiro quadrante e forma com os pontos $(1, 0)$ e $(3, 1)$ um triângulo com 5 unidades de área. Então $a + b = 9$.

04. Para que a circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$ e a reta $y = bx$ tenham pelo menos um ponto em comum, o número real b deve pertencer ao conjunto $S = \left\{ x \in \mathbb{R}; x < \frac{3 - \sqrt{3}}{4} \text{ ou } x > \frac{3 + \sqrt{3}}{4} \right\}$

08. Na figura ao lado, os eixos coordenados foram apagados, mas sabe-se que as circunferências C_1 e C_2 têm centro no ponto $(0, 9)$ e raios 9 cm e 4

cm, respectivamente. A circunferência C_3 tem centro no ponto $(0, 3)$ e raio 1 cm. A circunferência C_4 é tangente às circunferências C_1 , C_2 e C_3 , respectivamente nos pontos P , Q e M . A distância entre os centros das circunferências C_3 e C_4 é 3,5 cm.



16. Considere uma função $f: [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{4}{3}x - \frac{8}{3} & \text{se } 2 < x \leq 5 \end{cases} \quad \text{A área da região}$$

limitada pelo gráfico de f e pelo eixo X é igual a 8 unidades de área.

- 19) (IFSC) A localização de três cidades (A , B e C), situadas em uma planície, pode ser representada no plano cartesiano ortogonal pelos pontos $A(4, 2)$, $B(9, 2)$ e $C(9, 14)$. Considerando essas informações, assinale no cartão-resposta o número correspondente à proposição correta ou à soma das proposições corretas.

- 01. A distância entre as cidades A e B é maior que a distância entre as cidades B e C .
- 02. O triângulo ABC , que tem como vértices cada uma das cidades, é escaleno.
- 04. O triângulo ABC , que tem como vértices cada uma das cidades, é retângulo em B .
- 08. A distância entre as cidades A e C é maior que a distância entre as cidades A e B .
- 16. As cidades estão localizadas sobre uma mesma reta do plano cartesiano.
- 32. Os pontos A , B e C pertencem à circunferência cuja

equação é $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{25}{4}$

20) (UEM) Considere, em um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, duas circunferências λ_1 e λ_2 , tangentes entre si, com respectivos centros $C_1(3,0)$ e $C_2(0,3)$ e o raio de λ_2 sendo o dobro do raio de λ_1 . Com relação a essas circunferências, assinale o que for **correto**.

- 01) A reta de equação $x - 2y = 0$ é tangente a ambas as circunferências.
- 02) O eixo das abscissas é secante a ambas as circunferências.
- 04) O ponto de tangência comum das circunferências dista 5 da origem do sistema de coordenadas.
- 08) A reta de equação $x + y = 3$ contém o ponto de tangência comum das circunferências.
- 16) A equação de λ_1 é $x^2 + y^2 - 6x + 7 = 0$.

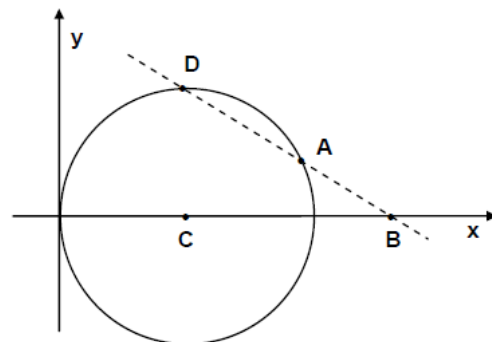
21) (ACAFE) Analise as alternativas a seguir considerando as equações $c: x^2 + y^2 = 4$ e $r: 3x + 4y = 10$. Todas estão corretas, exceto a:

- a) A distância entre a reta r e o centro da circunferência c é 2 u.c.
- b) A equação c representa uma circunferência cujo centro é a origem do plano cartesiano.
- c) A reta r é tangente a circunferência c .
- d) A equação r representa uma reta cujo coeficiente angular é 2,5.

22) Seja C uma circunferência de equação $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$, e seja r a reta de equação $x + y = 6$. Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

- 01. Em coordenadas cartesianas, o centro e o raio da circunferência C são $(1,1)$ e $2\sqrt{2}$ respectivamente.
- 02. A circunferência C limita um círculo cuja área é 8π .
- 04. Com relação à posição de C e r , pode-se afirmar que C e r são secantes.
- 08. Com relação à posição do ponto $P(2,3)$ e C , pode-se afirmar que o ponto P é exterior à C .

23) (UFPR) A figura abaixo mostra uma circunferência tangente ao eixo y , com centro C sobre o eixo x e diâmetro de 10 unidades.

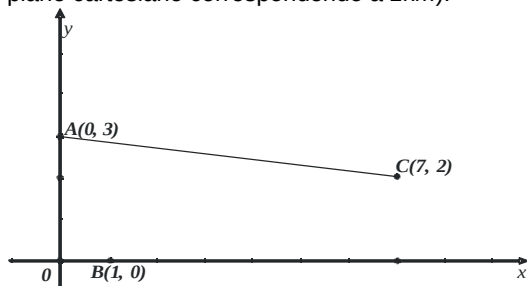


a) Sabendo que $A = (8,4)$ e que $r: 3y + x = 20$ é a reta que passa por A e B , calcule a área do triângulo CAB .

b) Encontre as coordenadas do ponto D , indicado na figura acima, no qual a reta r intercepta a circunferência.

CURSO DE MATEMÁTICA

- 24) A figura abaixo representa parte do mapa de uma cidade, em que o ponto O é o centro e os pontos A , B e C são pontos turísticos (considere 1 unidade linear do plano cartesiano correspondendo a $1km$).



Com base na figura acima, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. Se o prefeito da cidade deseja colocar um novo terminal de ônibus que fique equidistante dos pontos A , B e C , então sua localização deve ser o ponto T de coordenadas $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$.
02. A equação da reta que representa a estrada reta e asfaltada que liga os pontos A e C é $x + 7y + 21 = 0$
04. Se o prefeito da cidade deseja construir um trecho de estrada reto, o mais curto possível, unindo o ponto B com a estrada reta e asfaltada que já liga os pontos A e C , então o comprimento mínimo desse trecho será de $2km$.
08. O prefeito da cidade pretende, ainda, colocar um microônibus para conduzir os turistas por uma linha circular que passa pelos pontos A , B e C ; a equação da circunferência que representa esta linha circular é $x^2 + y^2 - 7x - 5y - 6 = 0$.
16. A área da região triangular ABC , a partir dos pontos A , B e C que formam o "Triângulo Turístico" da cidade é de $10km^2$.

GABARITO

- | | | | | | |
|---------------|-----------|--------|--------|--------|-------|
| 1) 18 | 2) 03 | 3) 94 | 4) e | 5) a | |
| 6) d | 7) b | 8) c | 9) c | 10) d | |
| 11) b | 12) 31 | 13) 04 | 14) 09 | 15) 09 | |
| 16) 12 | 17) a | 18) 27 | 19) 14 | 20) 28 | 21) d |
| 22) 03 | | | | | |
| 23) a) 30 u.A | b) (5, 5) | | | | |
| 24) 17 | | | | | |